

ДИНАМИКА ЗАСЕЛЕНИЯ УРОВНЕЙ И РИДБЕРГОВСКИЕ СПЕКТРЫ В ПЛАЗМЕННОМ МИКРОПОЛЕ: ПАРАБОЛИЧЕСКОЕ И СФЕРИЧЕСКОЕ КВАНТОВАНИЕ

Л. А. Буреева^{*}, В. С. Лисица^{**}, Д. А. Шуваев^{**}

^{*} *Институт спектроскопии РАН, 142190, Троицк, Московская обл.*

^{**} *Российский научный центр «Курчатовский институт»
123481, Москва, Россия*

1. Введение

Проблема статистических и динамических интенсивностей атомных спектральных линий в электрическом поле, наблюдаемых в плотной или разреженной среде, возникала на первых этапах измерения Штарк-эффекта и подробно обсуждается в известной монографии Бете и Солпитера [1]. Суть этой проблемы сводится к тому, что статистические интенсивности возникают в достаточно плотной среде, когда каждый акт возбуждения либо сам пропорционален статистическому весу состояний, либо (если это не так) сопровождается столкновительным «размешиванием» по статистическим весам после акта возбуждения за время, меньшее времени радиационного распада из этих состояний. В этом случае наблюдаемые интенсивности линии в целом получаются суммированием интенсивностей переходов из отдельных подуровней пропорционально их статистическим весам. Динамические интенсивности, напротив, возникают при малой плотности, когда после заселения какого-либо подуровня радиационный переход происходит непосредственно из него за достаточно короткое время, когда столкновения «не успевают» установить статистическое равновесие между подуровнями. В этих условиях интенсивность излучения всей линии определяется произведением интенсивностей излучения ее отдельных компонент, усредненных по функции распределения по этим компонентам, определяемой радиационным каскадом. Явный вид этой функции распределения и тем самым степень различия «статистических» и «динамических» интенсивностей могут быть рассчитаны для водородоподобных состояний в плазме, что и является предметом данной работы.

Отметим, что подавляющее большинство расчетов контуров спектральных линий выполнено для статистического распределения атомных населенностей, см. [2]. Исключения составляют немногочисленные расчеты контуров низковозбужденных линий многозарядных ионов, где задачи расчета населенностей и контуров линий решались совместно на основе формализма матрицы плотности. Эти расчеты, однако, очень громоздки даже для этих низковозбужденных линий и их применение к высоковозбужденным атомным состояниям вряд ли возможно.

В связи с характером заселения атомных состояний уместно указать на многомерный характер заселения состояний в пространстве квантовых чисел атома. При статистически равновесном заселении достаточно ограничиться одномерным каскадом, включающим переходы только между различными главными квантовыми числами n (n -каскад), широко используемым в атомной кинетике [3]. При малой плотности плазмы и отсутствии электрического поля естественным приближением является двумерный сферически симметричный радиационный каскад в пространстве главного n и орбитального l квантовых чисел [4]. Существенным фактором в плазме является наличие электрического поля, создаваемого окружающими заряженными частицами, в котором уже теряется сферическая симметрия, так что радиационный каскад в пространстве главного n , электрического k и магнитного m квантовых чисел становится трехмерным.

В указанной связи отметим, что прямой квантовый расчет радиационного каскада в электрическом поле становится громоздким при учете переходов между высоковозбужденными (ридберговскими) состояниями, поскольку он связан с необходимостью учета чрезвычайно большого числа матричных элементов, для которых нет строгих правил отбора в параболическом базисе, диагонализующим взаимодействие с полем. Действитель-

но, для значений главных квантовых чисел $n = 10^2$ количество матричных элементов между соседними уровнями оказывается порядка $10^4 \times 10^4 = 10^8$. Учитывая далее, что количество таких уровней порядка 10^2 , а для учета их заселения также требуется знание порядка 10^3 матричных элементов, приходим к выводу, что общее число таких матричных элементов оказывается порядка 10^{13} – величина, нереальная для ее прямого учета в цепочке каскадов. Поэтому ниже для расчета каскада используется классическое приближение, справедливое для больших значений квантовых чисел.

Электрическое микрополе плазмы, образуемое ионами плазмы, полагается ниже постоянным (статическим), тогда как электроны ответственны за столкновительное перемешивание подуровней. Статичность поля означает, что штарковское расщепление атомных состояний в нем достаточно велико по сравнению с характерной частотой его изменения, т. е. атом адиабатически «следит» за полем, сохраняя свои параболические квантовые числа k и m . Критерием статичности служит известное условие

$$g = \Delta\omega_s \tau_F \gg 1; \quad (1)$$

$$\Delta\omega_s = \frac{3}{2} \frac{\hbar}{m_e} \frac{n(n-1)}{Z} F \sim \frac{n^2}{Z} F;$$

$$\tau_F^{-1} \sim \frac{v_i}{r} \sim N_i^{1/3} v_i;$$

$$g = \frac{Zn^2}{Z} N_i^{2/3} \frac{1}{N_i^{1/3} v_i} = \left(\frac{N_e}{Z} \left(\frac{n^2}{v_i} \right)^3 \right)^{1/3} \gg 1,$$

где Z – заряд иона, $F = ZN_i^{2/3}$ – напряженность ионного микрополя плазмы, τ_F – характерное время изменения ионного поля (N_i – плотность ионов, v_i – их тепловая скорость), m_e – масса электрона. Указанное условие отвечает, очевидно, достаточно большому значению электронной плотности плазмы N_e .

Вторым условием является условия «неперемешивания» заселения атомных состояний за время их радиационного распада. Это означает, что мы ориентируемся на ионы с достаточно большим зарядом Z , для которых радиационная ширина A , пропорциональная Z^4 , достаточно велика по сравнению с частотой электронных столкновений Γ , ответственных за перемешивание: $\Gamma \ll A$. Это условие соответствует, напротив, достаточно малому значению плотности и приведено, например в монографии [3]. Совокупность указанных условий ограничивает значение электронной плотности как сверху (неучет столкновений) так и снизу (статичность поля). Подставляя в указанные критерии значение электронной температуры порядка потенциала ионизации $T_e = Z^2 R_y$, получим следующие неравенства для электронной плотности:

$$\left(\frac{3Z}{n^2} \right)^3 \ll \frac{N_e}{10^{18} [\text{cm}^{-3}]} \ll \left(\frac{Z}{n} \right)^7. \quad (2)$$

Например, для ионов с зарядом порядка 30 и значений главных квантовых чисел порядка 10^2 диапазон изменения плотности равен

$$10^{12} \ll N_e, \text{ см}^{-3} \ll 10^{15}. \quad (3)$$

Сравнивая левую и правую части неравенств (2), находим диапазон изменения атомных параметров в нашем приближении

$$Z^4 \gg 10n. \quad (4)$$

Указанные диапазоны изменения параметров плазмы и атомных ионов относятся, очевидно, к термически равновесной плазме. Имеется, однако, значительное количество объектов, в которых многозарядные ионы и возбужденные атомы существуют при низких температурах и плотностях плазмы, где радиационный каскад играет доминирующую роль. Здесь мы отметим, прежде всего, плазму накопительных колец, а также разреженную плазму газовых туманностей.

Таким образом, ниже рассматривается заселение высоковозбужденных состояний многозарядных ионов путем радиационного каскада, возникающего под действием какого-либо источника заселения. В качестве такого источника рассматривается диэлектронная рекомбинация (ДР) электронов на ионах со сложным остовом, обладающим переходами без изменения главного квантового числа ($\Delta n = 0$ переходы). Именно ДР на таких переходах приводит к заселению высоковозбужденных состояний ионов со значением главных квантовых чисел $n = 10^2$. Водородоподобный характер таких ридберговских состояний позволяет получить универсальные распределения для интенсивностей линий, заселяемых каскадом, и найти явное соотношение между «статистическими» и «динамическими» интенсивностями этих линий.

2. Формулы Крамерса в параболических координатах. Интенсивности радиационных переходов

Наличие внешнего электрического поля, действующего на атом в плазме или создаваемое внешними источниками, приводит к необходимости рассмотрения радиационных переходов в параболических квантовых числах в отличие от сферического базиса для свободного атома. Переход от сферического к параболическому базису определяется, как известно [5], преобразованием волновых функций с коэффициентами Клебша – Гордана:

$$\Psi(n, n_1, n_2, m) = \sum_l C(n, n_1, n_2, l, m) \Psi(n, l), \quad (5)$$

где n_1, n_2 – параболические квантовые числа, m – магнитное квантовое число, $C(n, n_1, n_2, l, m)$ – коэффициенты Клебша – Гордана.

Ниже мы будем использовать «электрическое» квантовое число k , определяющее энергетический сдвиг уровней в электрическом поле

$$k = n_1 - n_2. \quad (6)$$

Переход к водородоподобным соотношениям (5), (6) происходит при достаточно большом значении электрического поля, когда можно пренебречь квантовыми дефектами уровней и считать состояния полностью перемешанными этим полем. Практически приближение полного перемешивания наступает для рассматриваемых ридберговских состояний при весьма малых значениях напряженности поля (порядка 10 В/см, см. [6]), тогда как значения напряженности плазменных микрополей на несколько порядков больше. Кроме того, квантовый дефект быстро падает с увеличением орбитального момента, так что статистический вес состояний с малым моментом также мал. Поэтому ниже используется приближение «смешанных» водородоподобных атомных состояний.

Прямые расчеты с волновыми функциями (5) являются, как отмечалось, чрезвычайно громоздкими. Поэтому мы будем использовать ниже квазиклассические и чисто классические приближения. В этом приближении вероятности переходов в сферическом и параболическом базисах связаны квадратами коэффициентов Клебша – Гордана, имеющих следующий вид [5]:

$$[C(n, k | l, m)]^2 = \frac{2l}{\pi[(l^2 - l_{\min}^2)(l_{\max}^2 - l^2)]^{\frac{1}{2}}}, \quad (7)$$

где

$$l_{\min}^2 = \frac{1}{2} \left\{ [(n-1)^2 + m^2 - k^2] - \left[[(n-1)^2 + m^2 - k^2]^2 - 4(n-1)^2 m^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\},$$

$$l_{\max}^2 = \frac{1}{2} \left\{ [(n-1)^2 + m^2 - k^2] + \left[[(n-1)^2 + m^2 - k^2]^2 - 4(n-1)^2 m^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$$

и где мы использовали для записи электрические квантовые числа. Величины l_{\max} , l_{\min} определяют связь параболических и сферических переменных. Геометрический смысл такой связи непосредственно следует из рассмотрения траектории движения атомного электрона в кулоновском поле, показанной на рис. 1.

Из рис. 1 непосредственно следует связь между сферическими (орбитальным моментом) и параболическими (проекцией эксцентриситета ε орбиты) переменными:

$$\frac{k}{n} = \varepsilon \cdot \sin(\alpha) = \varepsilon \cdot \sqrt{1 - \frac{m^2}{l^2}}. \quad (8)$$

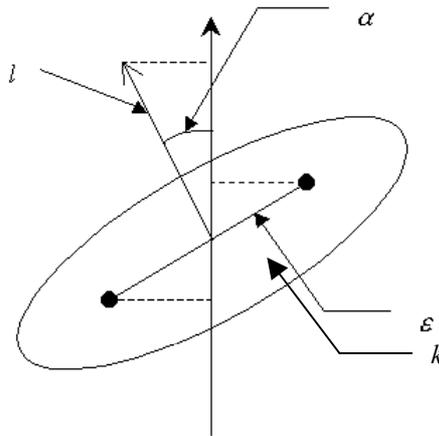


Рис. 1. Траектория движения в кулоновском поле и углы, определяющие связь сферических и параболических переменных, описывающих движение

Представляет интерес установить явный вид классических вероятностей радиационных переходов в параболических координатах. Для этого преобразуем известные формулы Крамерса для вероятности радиационного распада в сферическом базисе с помощью квазиклассического представления коэффициентов Клебша – Гордана (7) согласно соотношению

$$B(k, m) = \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} A(n, l) [C(n, k | l, m)]^2 dl. \quad (9)$$

Прямое вычисление интегралов в (9) дает

$$B(k, m) = \frac{4Z^4}{\pi\sqrt{3}c^3} \frac{1}{n^3(n-1)|m|}, \quad (10)$$

$$B(k, m=0) = \frac{4Z^4}{\pi^2\sqrt{3}c^3} \frac{2}{n^3} \frac{1}{[(n-1)^2 - k^2]^{\frac{1}{2}}}, \quad (11)$$

где c – скорость света. Формулы (10), (11) являются «параболическими аналогами» формул Крамерса в сферическом базисе. Отметим, что в случае $m \neq 1$ эти вероятности не зависят от электрического квантового числа k .

Рассмотрим далее вероятности радиационных переходов в параболических координатах между двумя уровнями с высокими значениями n и различными параболическими квантовыми числами. Эти вероятности определяются матричными элементами компонент радиус-вектора атомного электрона между состояниями с определенными параболическими квантовыми числами. Соответствующие результаты описываются, как известно, формулами Гордона, выражающимися через достаточно громоздкие гипергеометрические функции. Эти формулы допускают, однако, существенные упрощения в квазиклассической области, точнее, в области больших квантовых чисел при малом их изменении [8]:

$$n \gg 1, \quad \Delta n \ll n. \quad (12)$$

В этой области массив матричных элементов, отвечающих верхним параболическим квантовым числам n_1, n_2, m и нижним параболическим квантовым числам n'_1, n'_2, m' , можно разбить на крупномасштабные и мелкомасштабные блоки. Крупный масштаб отвечает комбинации квантовых чисел

$$K = (n_1 - n_2) - (n'_1 - n'_2), \quad (13)$$

тогда как внутри каждого блока по K интенсивности шарковских компонент описываются мелкомасштабной переменной

$$k = n'_1 - n'_2, \quad (14)$$

которую мы будем считать ниже непрерывно изменяющейся между n и n .

Интенсивность крупномасштабных блоков резко падает с увеличением их номера, так что практически надо учитывать лишь первые два-три блока. Мелкомасштабная зависимость допускает простое аналитическое представление в виде степенных функций. Так, для переходов $\Delta n = 1$ ($\Delta n = n - n'$) (начальные линии Бальмеровской, Пашеновской и т. д. серий), которые будут широко использоваться ниже для иллюстрации, эта зависимость имеет вид [9]:

$$X_m^{m-1} \approx b\sqrt{(n_1+m)(n_2+m)} \left(1 - \frac{(n_1+1)(n_2+1)}{b^2} \right), \quad (15)$$

$$X_m^{m+1} \approx b\sqrt{n_1 n_2} \left(1 - \frac{(n_1+m)(n_2+m)}{b^2} \right), \quad (16)$$

$$Z_m^m \approx b \left[\sqrt{n_1(n_1+m)} \delta_{K,+1} + \sqrt{n_2(n_2+m)} \delta_{K,-1} \right], \quad (17)$$

$$b = \frac{4nn'}{(n-n')^2} = 4n(n-1).$$

Здесь надо заметить, что приведенные результаты могут быть получены из чисто классического рассмотрения траектории движения электрона в кулоновском поле в параболических координатах, см. [10]. Интегрируя эти формулы по магнитному квантовому числу m , получим полные «относительные интенсивности» штарковских π - и σ -компонент, особенно простые для случая $\Delta n = 1$:

$$I_k^\sigma \sim \sum_m \left[(X_m^{m-1})^2 + (X_m^{m+1})^2 \right] \cong \frac{1}{3n^2} (2n^3 - 3n^2k + k^3),$$

$$I_k^\pi \sim \sum_m (Z_m^m)^2 \cong \frac{1}{6n^2} (n^3 + 3n^2k - 3nk |k| - k^2 |k|).$$

Эти выражения будут использованы ниже для расчета интенсивностей спектральных линий.

3. Кинетическое уравнение

Кинетическое уравнение для населенностей атомных состояний, описывающее радиационный каскад в пространстве квантовых чисел, представляет собой соотношение баланса вероятностей прихода в данное квантовое состояние и ухода с него в результате испускания квантов. Квантовое кинетическое уравнение является, как отмечалось, чрезвычайно громоздким ввиду большого количества переходов, которые необходимо учитывать при его решении. Для высоковозбужденных состояний можно преобразовать квантовое уравнение к классическому уравнению непрерывности, выражающему течение электронной жидкости в пространстве соответствующих квантовых чисел. Переход к такому уравнению был детально прослежен в сферических координатах, см. [4]. Соответствующие результаты совпадают с классическим кинетическим уравнением радиационного каскада, полученным впервые Беляевым и Будкером [11]:

$$\dot{n} \frac{\partial}{\partial n} f + \dot{l} \frac{\partial}{\partial l} f = q(n, l). \quad (18)$$

Здесь f – функция распределения в пространстве энергии (главного квантового числа) и момента (орбитального квантового числа), определяющая населенности атомных уровней. Величина $q(n, l)$ – источник заселения, зависящий от конкретного механизма заполнения возбужденных атомных состояний при столкновениях с частицами плазмы. Изменения квантовых чисел (производные в уравнении (18)) определяются чисто классическими соотношениями для потери энергии и момента вследствие излучения в кулоновском поле [12], имеющем вид

$$\dot{n} = \frac{Z^4}{c^3 l^5} \left(3 - \frac{l^2}{n^2} \right), \quad (19)$$

$$\dot{l} = \frac{2Z^4}{c^3 n^3 l^2}. \quad (20)$$

Классическое кинетическое уравнение описывает заселение атомных состояний с достаточно высокой точностью даже для небольших значений главных квантовых чисел, как это показано в [4], путем детального сравнения с результатами квантовых расчетов; см. также [8].

Учет плазменного микрополя производится путем перехода от сферически симметричной системы «атом в отсутствии поля» к системе «атом в поле», которая квантуется в параболических координатах.

Преобразуем кинетическое уравнение (18) к параболическим переменным. Для этого нужно, очевидно, знать якобиан соответствующего преобразования. Его легко найти из приведенных выше соотношений (8) между сферическими и параболическими переменными. Связь между этими переменными имеет вид (см. также рис. 1):

$$k^2 = (n^2 - l^2) \left(1 - \frac{m^2}{l^2} \right). \quad (21)$$

Учитывая такую связь, классическое уравнение радиационного каскада в параболических переменных приобретает вид:

$$\dot{n} \frac{\partial}{\partial n} f + \dot{k} \frac{\partial}{\partial k} f + \dot{m} \frac{\partial}{\partial m} f = q(n, k, m). \quad (22)$$

Здесь все производные (19), (20) выражены через параболические переменные путем подстановки зависимости $l = l(n, k, m)$, следующей из (21):

$$\dot{k} = \dot{n} \frac{\partial k}{\partial n} + \dot{l} \frac{\partial k}{\partial l} + \dot{m} \frac{\partial k}{\partial m} = Z^4 \frac{(l^2(n, k, m) - m^2) n^2 (3n^2 - l^2(n, k, m)) - 2l^4(n, k, m)}{c^3 n^3 l^7(n, k, m) k}. \quad (23)$$

Уравнение (22) является трехмерным в отличие от двухмерного сферического случая, что обусловлено нарушением сферической симметрии атомных состояний во внешнем электрическом поле.

Правая часть уравнения (22) представляет собой источник заселения в параболических переменных. Этот источник не всегда получается из соответствующего сферического источника путем его преобразования с коэффициентами Клебша – Гордана и его расчет представляет, как показано ниже, самостоятельную проблему.

Введение характеристик производится путем приведения левой части уравнения к полной производной:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial n} + \frac{\dot{k}}{\dot{n}} \frac{\partial}{\partial k} + \frac{\dot{m}}{\dot{n}} \frac{\partial}{\partial m} \right\} f = \frac{d}{dn} f = \frac{q(n, k, m)}{\dot{n}}. \quad (24)$$

Уравнение интегрируется, если переменные k и m удовлетворяют следующим характеристическим уравнениям:

$$\frac{\partial k}{\partial n} = \frac{\dot{k}}{\dot{n}}; \quad \frac{\partial m}{\partial n} = \frac{\dot{m}}{\dot{n}}, \quad (25)$$

решениями которых являются функции

$$m^2 = \frac{k^2}{\ln \frac{n^2}{n^2 - k^2} - k^2 C_2}, \quad (26)$$

$$k^2 = n^2 \left(1 - C_1^{2/3} m^2 \right) + m^2, \quad (27)$$

где постоянные C_1, C_2 – характеристики уравнений. С учетом (24)-(27) функция распределения приобретает вид:

$$f(n, k, m) = \varphi(n, k, m) + \int_{n+1}^{\infty} \frac{q(n', k[n', m, C_1], m[n', k, C_2])}{| \dot{n}(n', k[n', m, C_1], m[n', k, C_2]) |} dn', \quad (28)$$

где $\varphi(n, k, m)$ – граничное условие.

Граничные условия при решении уравнения (22) выбраны таким образом, чтобы при устремлении n к бесконечности решение совпадало с прямым заселением, определяемым отношением источника к полной вероятности радиационного распада данного состояния. Последнее определяется, очевидно, формулами Крамерса в параболических переменных.

Таким образом решается проблема расчета населенностей высоковозбужденных состояний при наличии известного источника заселения.

4. Источники заселения

Основные источники заселения высоковозбужденных состояний связаны с рекомбинацией на высоковозбужденные уровни. Что касается радиационной рекомбинации, то она может быть получена из соответствующих результатов для сферического базиса путем их преобразования с коэффициентами Клебша – Гордана аналогично тому, как это делалось в п. 2 при получении формул Крамерса. При этом в силу нормировки коэффициентов Клебша – Гордана сохраняется полный рекомбинационный поток внутрь атома, т. е. полная скорость радиационной рекомбинации. Сохраняется также скорость рекомбинации на данный уровень, просуммированная по всем сферическим (или параболическим) квантовым числам, принадлежащим данному уровню. Различия возможны для населенностей отдельных штарковских компонент, поскольку радиационные переходы даже из статистически равновесного континуума не приводят к статвесовому заселению отдельных подуровней, см. [4, 8].

Основным источником заселения, рассматриваемым в настоящей работе, является, как указывалось, диэлектронная рекомбинация – ДР. ДР для переходов в ионном остове без изменения главного квантового числа приводит к заселению весьма высоко возбужденных (ридберговских) состояний иона вплоть до значений главного квантового числа порядка 10^2 , см. [3].

Скорость ДР иона с зарядом Z при температуре T в параболическом базисе записывается в виде:

$$Q_{DR}(n, k, m) = \left(\frac{4\pi R y}{T} \right)^{3/2} \frac{g_f}{g_i} a_0^3 W_R e^{-\frac{\hbar\omega}{T} + \frac{Z^2 R y}{2n^2 T}} \frac{W_A(n, k, m)}{W_R + W_A(n, k, m)}, \quad (29)$$

$$W_R = 2 \frac{\omega^2 f_{ij}}{c^3},$$

где W_R – скорость радиационной стабилизации остова (f_{ij} – сила осциллятора перехода в остова, c – скорость света, ω – частота перехода в остова), a_0 – боровский радиус, g_i, g_f – статистические веса начального и конечного состояний соответственно, T – температура электронов, W_A – скорость автоионизации в параболическом базисе, связанная коэффициентами Клебша – Гордана со скоростью автоионизации в сферическом базисе:

$$W_A(n, k, m) = \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} W_A(n, l) [C(n, k | l, m)]^2 dl. \quad (30)$$

Автоионизационная ширина в сферическом базисе может быть рассчитана точно с кулоновскими волновыми функциями [14]. Переходя в этом результате к большим значениям квантовых чисел, можно получить простые аналитические результаты для автоионизационной ширины. К этим же результатам можно придти чисто классическим путем, учитывая, что матричные элементы в квазиклассическом случае должны переходить в Фурье-коэффициенты траектории электрона в кулоновском поле. Эти последние выражаются, как известно, через функции Бесселя [12]. Нас будут интересовать предельные формы этих функций, отвечающие сильно искривленным траекториям электрона, где он испытывает наибольшее ускорение и тем самым наиболее интенсивные радиационные переходы. В этой области вероятности перехода определяются одним лишь орбитальным моментом электрона и не зависят от его начальной энергии. Эта область служит основанием для так называемой «крамерсовской электродинамики», позволяющей описывать классически даже сильно неупругие переходы [15]. Формальное основание для применения классических методов к расчету скоростей ДР связано со следующими простыми соображениями. Действительно, для рекомбинации электрона необходимо, чтобы его начальная энергия E была меньше энергии возбуждения остова, равной по порядку величины $Z Ry$. Тогда, очевидно, должны быть выполнены условия:

$$E \ll ZRy \ll Z^2Ry; \quad \frac{Ze^2}{\hbar v} \gg 1. \quad (31)$$

Т. е. как раз условия квазиклассичности движения электрона в кулоновском поле.

Отметим, что автоионизационная ширина однозначно связана с сечением неупругого возбуждения в пороге [3]. Для переходов $\Delta n = 0$ эти сечения также хорошо описываются квазиклассическим приближением, см. [16].

Используя любой из указанных методов расчета, приходим к следующему выражению для автоионизационной ширины в сферических координатах [8]:

$$W_A = \frac{f_{if}}{\pi n^3} \text{IG} \left(\frac{\omega(1+1/2)^3}{3Z^2} \right), \quad (32)$$

где

$$G(x) = x \left[K_{1/3}^2(x) + K_{2/3}^2(x) \right].$$

Видно, что эффективные значения орбитального момента, вносящие вклад в автоионизационную ширину, оказываются порядка

$$l_{\text{ef}} = \left(\frac{3Z^2}{\omega} \right)^{1/3}. \quad (33)$$

Отметим, что выражение (32) справедливо, если значения орбитального момента не слишком велики; в противном случае характер спада автоионизационной ширины оказывается другим, см. [8], однако эта область не вносит заметного вклада в каскад.

Для преобразования к параболическому базису проинтегрируем (32) с квадратом коэффициентов Клебша – Гордана аналогично (9). Результат может быть выражен через универсальную функцию

$$W_A(n, k, m) = \frac{f_{if}}{\pi n^3} I(n, k, m), \quad (34)$$

где

$$I(n, k, m) = \frac{2l_{ef}}{\pi} \int_{t_{min}}^{t_{max}} \frac{t^2 G(t^3)}{\sqrt{(t^2 - t_{min}^2)(t_{max}^2 - t^2)}} dt,$$

$$t_{min} \approx (n-1)m / [(n-1)^2 + m^2 - k^2]^{-1/2}, \quad t_{max} \approx (n-1)m / t_{min} \quad (t_{max} = l_{max} / l_{ef}).$$

Формула (34) является универсальным представлением автоионизационной ширины в параболических переменных для всех ионов, обладающих переходами без изменения главного квантового числа внутри остова. Зависимость ее от электрического квантового числа гораздо менее резкая, чем зависимость от орбитального квантового числа в сферическом базисе.

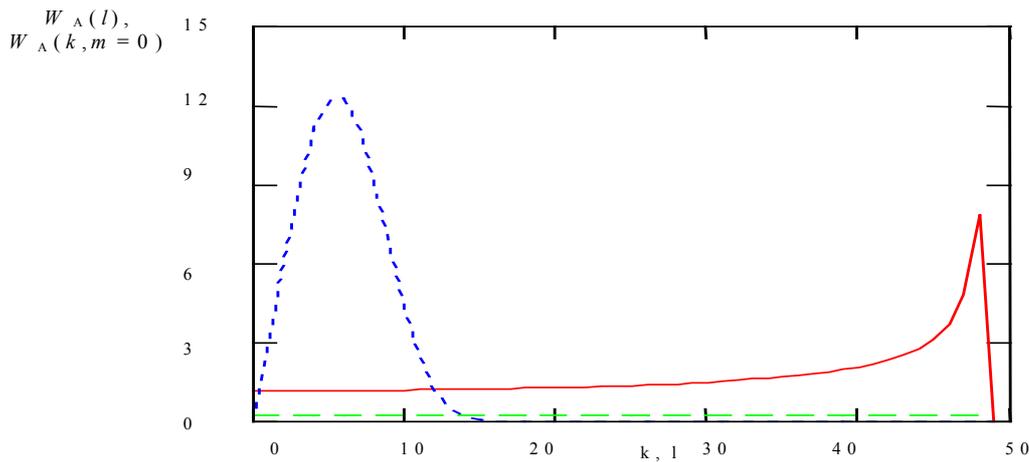


Рис. 2. Зависимость автоионизационных ширин уровня с главным квантовым числом $n = 50$ от орбитального момента l (штрихованая кривая) и от электрического квантового числа k (сплошная линия) для литиеподобного иона $ZnXXVIII$ (в относительных единицах).

Нижняя прямая – радиационная ширина

На рис. 2 представлены зависимости автоионизационных ширин от соответствующих квантовых чисел для иона с $Z = 30$ и уровня $n = 100$. Видно, что область фазового пространства, занимаемого электрическими квантовыми числами, гораздо шире области, занимаемой орбитальными квантовыми числами. Именно это обстоятельство является основой того, что ДР в электрическом поле значительно превосходит ДР в отсутствии поля.

Результат (34) следует подставить в общую формулу (29) для скорости ДР. Удобно записать скорость ДР в определенное параболическое состояние, введя эффективное главное квантовое число заселяемого подуровня согласно соотношению:

$$q_{DR} = \frac{B(Z, T_e)}{c^3 \left(1 + \frac{n^3}{n^{*3}} \right)}, \quad (35)$$

$$B(Z, T_e) = 2 \frac{g_f}{g_i} \left(\frac{2\pi}{T_e} \right)^{3/2} \omega^2 f_{ij} e^{-\frac{\omega}{T_e}},$$

$$n^{*3} = \frac{c^3 l_{ef}^2}{\omega^2 \pi l_{max}} \left(\frac{l_{min}}{l_{ef}} \right)^2 \int_1^\infty \frac{t^2 e^{-2 \left(\frac{l_{min}}{l_{ef}} \right)^3 t^3}}{\sqrt{t^2 - 1}} dt. \quad (36)$$

Результат (35) определяет источник заселения определенного параболического состояния. Он должен быть подставлен в общее решение кинетического уравнения для получения населенностей уровней (функции распределения по параболическим квантовым числам).

5. Населенности уровней

Для расчета населенностей уровней необходимо выполнить интегрирование в формуле (28). Соответствующая характеристика, отвечающая правильным начальным условиям, совпадает с функцией l_{eff} .

Нетрудно найти предельные выражения для населенностей в области квантовых чисел, малых и больших по сравнению с эффективным квантовым числом (36):

$$f(n, k, m, Z) = \frac{B(Z, T)}{Z^4} \left(\frac{\pi \sqrt{3} n^4 |m|}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} \pi \frac{l_{min}^5}{3} \left(\frac{c^3 l_{min}^3}{\omega^2 \pi m} \int_1^\infty \frac{t^2 e^{-2 \left(\frac{l_{min}}{l_{ef}} \right)^3 t^3}}{\sqrt{t^2 - 1}} dt \right)^{1/4} \right), \quad n \ll n^*, \quad (37)$$

$$f(n, k, m, Z) = \frac{B(Z, T)}{Z^4} \frac{c^3}{\pi \omega^2} \left(\frac{\pi \sqrt{3} |m|^3}{4} + \frac{1}{9} \frac{|m|^7}{(n+1)^3} \right) \int_1^\infty \frac{t^2 e^{-2 \left(\frac{l_{min}}{l_{ef}} \right)^3 t^3}}{\sqrt{t^2 - 1}} dt, \quad n \gg n^*, \quad (38)$$

Расчеты во всей области изменения параболических квантовых чисел выполняются численно на основе формул (37), (38).

Рассмотрим структуру заполнения параболических состояний для литиеподобного иона цинка с зарядом ядра $Z = 30$, заселяемых диэлектронной рекомбинацией с последующим радиационным каскадом в плазме с достаточно высокой температурой. На рис. 3 представлены распределения населенностей уровней в пространстве электрического (k) и магнитного (m) квантовых чисел для главного квантового числа $n = 100$.

Для сравнения на рис. 4 показано распределение населенностей в сферическом базисе в зависимости от орбитального момента. Из сравнение приведенных данных видно, что характер распределения по магнитным квантовым числам в параболическом базисе близок к распределению по орбитальным моментам в сферическом базисе. В то же время распределение по электрическому квантовому числу оказывается гораздо более широким – порядка величины главного квантового числа n . Ясно поэтому, что полная (интегральная по всем квантовым числам) населенность в параболическом базисе будет существенно больше, чем в сферическом. Это увеличение определяется множителем $n/l_{eff} \gg 1$, который составляет несколько десятков.

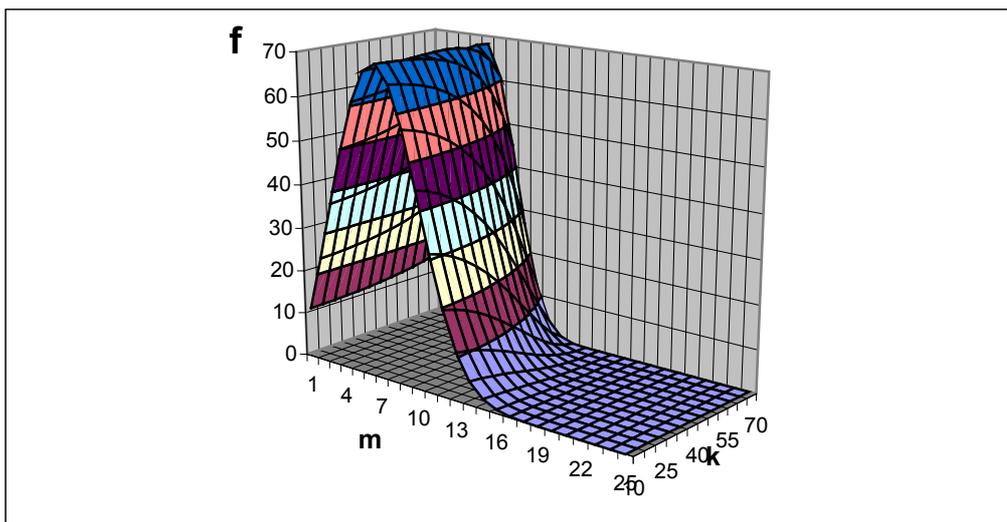


Рис. 3. Зависимость функции распределения населенности уровня с $n = 100$ от квантовых чисел k и m (отн. ед.)

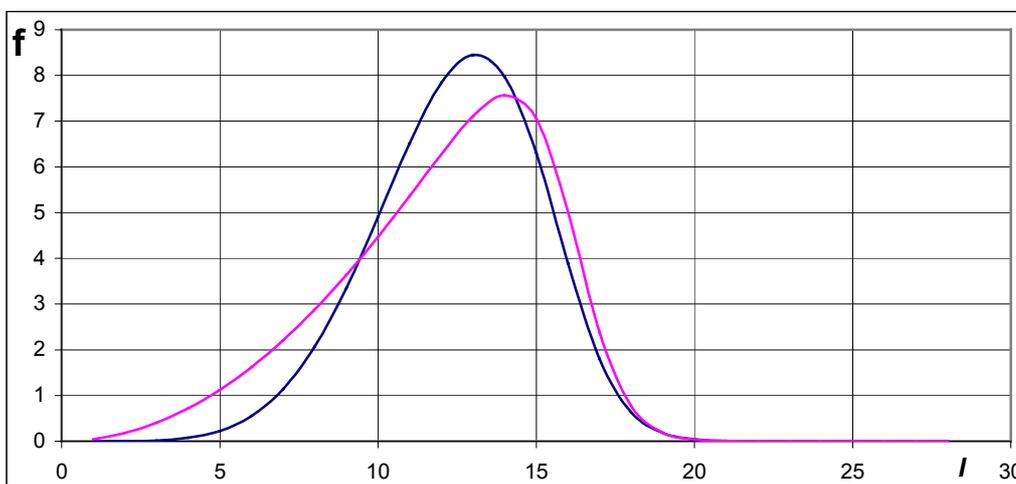


Рис. 4. Зависимость прямого (1) и каскадного (2) членов функции распределения населенностей уровня с $n = 30$ в сферическом базисе от орбитального момента l для литиеподобного иона $ZnXXVIII$ (отн. ед.)

Соотношение между прямым и каскадным заселениями в параболическом базисе также изменяется по сравнению со сферическим базисом. Так, каскадный член оказывается порядка члена прямого заселения в сферическом базисе уже при $n = 30$, тогда как в параболическом базисе – лишь при $n = 20$.

Интересно отметить, что параболическое распределение не получается из сферического прямой подстановкой характеристики $l_{\min}(n, k, m)$ вместо орбитального момента. Это обусловлено отмечавшейся нетривиальностью введения источника заселения в параболических координатах.

6. Статистические и динамические интенсивности спектральных линий

Найдем статистические и динамические распределения интенсивностей по параболическим квантовым числам, используя результаты, полученные выше. Рассмотрим переходы с малым изменением главного квантового числа, используя указанные в п. 2 законы распределения интенсивностей перехода по крупно- и мелкомасштабным блокам. Тогда полная интенсивность линии получается суммированием индивидуальных интенсивностей по крупномасштабным блокам (обозначаемым квантовым числом K), мелкомасштаб-

ным блокам (электрическим квантовым числам k) с учетом их сдвига в электрическом поле, а также по всем магнитным квантовым числам:

$$I^{\text{stat}}(n, \Delta n) = \sum_{K, k, m} I(K, n, \Delta n, k, m) \delta\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_F} - Kn - \Delta nk\right). \quad (39)$$

Здесь безразмерный сдвиг частоты $\Delta\omega/\omega_F$ в электрическом поле F выражен в единицах типичного расщепления в поле $\omega_F = \frac{3ea_0F}{2\hbar Z}$ (a_0 – борковский радиус). Суммирование в (39) производится по всем квантовым числам с одинаковым весом, отражающим равномерное распределение между штатковскими подуровнями.

Динамические интенсивности I^{dyn} получаются суммированием интенсивностей отдельных переходов, умноженным на нормированную функцию распределения (или населенность) $f(n, k, m)$ начального состояния, что отражает характер заселения штатковских подуровней радиационным каскадом:

$$I^{\text{dyn}}(n, \Delta n) = \sum_{K, k, m} I(K, n, \Delta n, k, m) \frac{f(n, k, m)}{\sum_{k, m} f(n, k, m)} \delta\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_F} - Kn - \Delta nk\right) \quad (40)$$

Укажем, что наблюдаемые интенсивности получаются суммированием по всем магнитным квантовым числам, что отвечает, очевидно, сферически симметричному распределению электрического поля в равновесной плазме. Вместе с тем интенсивность излучения отдельного атома, также как и его функция распределения (населенность подуровней) существенно зависят от величины магнитного квантового числа, что отражает факт сохранения его проекции на направление поля при медленном (адиабатическом) изменении последнего.

Отметим, что при расчете контуров линий в плазме практически всегда использовались статистические интенсивности, что, как ясно из проведенного рассмотрения, отнюдь не всегда корректно.

7. Обсуждение

Результатами проведенного рассмотрения являются нахождение функции распределения (населенностей уровней) по параболическим квантовым числам в электрическом микрополе, отвечающей заселению диэлектронной рекомбинацией и радиационным каскадом, и расчет динамических интенсивностей спектральных линий, возникающих при радиационных переходах с этих уровней.

Одним из основных выводов работы является вывод об увеличении населенностей возбужденных состояний в электрическом поле по сравнению с расчетами без поля. Это может сказаться на интерпретации спектроскопических данных по абсолютным измерениям интенсивностей спектральных линий многозарядных ионов в разреженной плазме. Действительно, увеличение населенностей состояний, а вместе с ними интенсивностей линий означает, что содержание ионов при интерпретации данных наблюдения в сферическом базисе может оказаться значительно завышенным. В действительности наблюдаемое увеличение интенсивностей обусловлено наличием плазменного микрополя.

Различие статистического и динамического распределений интенсивностей является также весьма важным при расчетах контуров спектральных линий, для которых это распределение служит исходным пунктом, см. [2]. Изменения различий контуров линий возможны, как следует из приведенного рассмотрения, в плазме умеренной плотности, когда радиационные переходы доминируют над столкновительными. Однако расчет кон-

туров конкретных линий выходит за рамки настоящей работы. Отметим только, что в рассматриваемом случае высоковозбужденных (ридберговских) состояний, отвечающих выполнению критерия (2), штарковское расщепление значительно превосходит доплеровское.

Различие статистических и динамических интенсивностей означает также, что кинетика заселения атомных состояний является существенно многомерной в случае преобладания радиационных переходов над столкновительными в плазме достаточно низкой плотности.

Литература:

1. Бете Г., Солпитер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М.: Физматгиз, 1960.
2. Грим Г. Уширение спектральных линий в плазме. М.: Мир, 1978.
3. Вайнштейн Л. А., Собельман И. И., Юков Е. А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука, 1979.
4. Кукушкин А. Б., Лисица В. С. // ЖЭТФ. 1984. Т. 88. С. 1570.
5. Varshalovich D. A., Moskalev A. N., Khersonskii V. K. Quantum theory of angular momentum // World Scientific. Singapore–New Jersey–Hong Kong, 1980.
6. Hanh Y. // Rep. Prog. Phys. 1997. V. 60. P. 691.
7. David R. Herrick, Phys. // Rev. A. 1975. V. 12. P. 1949.
8. Буреева Л. А., Лисица В. С. Возмущенный атом. М.: ИздАт, 1997.
9. Гуляев С. А. // Астроном. ж. 1976. Т. 53. С. 1010.
10. Борн М. Атомная механика. М.: Физматгиз, 1936.
11. Беляев С. Т., Будкер Г. И. // Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций / Под ред. М. А. Леонтовича. Изд-во АН СССР, 1958. Т. 3, С. 41.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1988.
13. Бейгман И. Л., Вайнштейн Л. А., Чичков Б. Н. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. С. 964.
14. Kogan V. I., Kukushkin A. B., Lisitsa V. S. // Phys. Rep. 1992. V. 213. P. 1.
15. Базылев В. А., Чибисов М. И. // УФН. 1981. Т. 133. С. 617.
16. Bureyeva L. A., Kato L. A., Lisitsa V. S., Namba C. // Phys. Rev. A. 2002. Т. 65 (в печати).