

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЕ ПРИ ПОВЫШЕННЫХ ДАВЛЕНИЯХ

А.Ф. Паль, А.Н. Старостин, А.В. Филиппов

*ГНЦ РФ Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований*

Введение.

1. Условия фазовых переходов плазмы с КДФ.
2. Экспериментальные методы определения заряда пылевой частицы и радиуса экранирования.
3. Теоретическое описание процесса зарядки пылевых частиц.
  - 3.1. Молекулярный режим процесса зарядки (приближение ограниченных орбит)
  - 3.2. Гидродинамический режим.
    - 3.2.1. Основные уравнения.
    - 3.2.2. Граничные условия.
    - 3.2.3. Эмиссионные процессы.
  - 3.3. Упрощенная теория зарядки.
  - 3.4. Коагуляция пылевых частиц.
  - 3.5. Численные методы решения полной одномерной задачи о зарядке пылевых частиц.
    - 3.5.1. Метод релаксации.
    - 3.5.2. Метод конечных разностей.
4. Исследования плазмы с конденсированной дисперсной фазой в ксеноне и воздухе.
5. Исследования плазмы с конденсированной дисперсной фазой в азоте и аргоне при комнатной и криогенной температурах.
6. Исследования потенциала пылевых частиц в азоте при комнатной и криогенной температурах.
7. Исследование процессов в пучково-пылевой плазме гелия с учетом эффектов нелокальности.

Заключение.

Литература.

## **Введение.**

В последнее десятилетие в связи с бурным развитием микротехнологии и технологии получения новых материалов сильно вырос интерес к изучению плазмы с конденсированной дисперсной фазой (КДФ) [1-7]. Исследование плазмы с КДФ представляет интерес вследствие того факта, что пылевые частицы в плазме собирают значительный, обычно, отрицательный заряд, поэтому параметр неидеальности оказывается большим и такую плазму можно использовать для изучения свойств неидеальной плазмы. Этот интерес также обусловлен тем, что исследование процессов самоорганизации в плазме с КДФ, приводящих к образованию упорядоченных плазменно-пылевых структур, обогащает наши знания о самоорганизующихся системах и о фазовых переходах. Плазма с КДФ является удобным объектом для таких исследований из-за того, что характерный размер решетки образующегося кулоновского кристалла находится в области, удобной для исследований оптическими методами с использованием видимого света и эти исследования можно проводить на удобных временных масштабах. Это позволяет проводить такие исследования практически невооруженным глазом.

Проводимые до сих пор исследования, в основном, были посвящены исследованию пылевой плазмы при низких давлениях газа. При переходе к повышенным давлениям свойства пылевой плазмы сильно меняются, обогащаясь новыми качествами. Поэтому исследование такой плазмы представляет самостоятельный интерес. Практический интерес к исследованию гетерогенной плазмы при повышенных давлениях обусловлен, в

частности, проблемой создания компактного стационарного радиоизотопного генератора электрической энергии на основе плазменно-пылевых структур для аэрокосмических и иных приложений [8,9]. В таком генераторе энергия радиоактивного распада преобразуется сначала в ультрафиолетовое излучение эксимерных молекул инертного газа, например, ксенона. Затем с помощью широкозонных фотовольтаических преобразователей энергия УФ излучения преобразуется в электричество. При этом возникает проблема транспортировки фотонов в среде с конденсированной дисперсной фазой, для решения которой необходимо создание упорядоченных плазменно-пылевых структур или кулоновского кристалла пылевых частиц. Поэтому рассмотрим условия формирования таких структур в пылевой плазме.

## 1. Условия фазовых переходов плазмы с КДФ.

В настоящее время имеются расчеты методами молекулярной динамики условий фазовых переходов *газ - жидкость - твердое тело* для ансамблей частиц, взаимодействие которых описывается потенциалами разных видов: кулоновским [10,11], Леннарда-Джонса [10-12], зависящим от межчастичного расстояния степенным законом [10,11] и экранированным дебаевским (который также называется потенциалом Юкавы) [13-18]. Расчеты показывают, что вид потенциала взаимодействия оказывает существенное влияние на условия фазовых переходов. В приближении однокомпонентной плазмы (и для степенных потенциалов взаимодействия) фазовое состояние системы определяется единственным параметром - так называемым параметром неидеальности или кулоновским параметром взаимодействия заряженных частиц [12]:

$$\Gamma = \frac{e^2 q^2}{a_d T_d}, \quad (1)$$

где  $e$  - абсолютная величина заряда электрона;  $q$  - заряд пылевой частицы, выраженный в элементарных зарядах;  $T_d$  - температура пылевых частиц в энергетических единицах,  $a_d$  - радиус ячейки Зейтца-Вигнера. Последняя величина определяется выражением:

$$a_d = \left(\frac{4}{3} \pi n_d\right)^{-1/3}, \quad (2)$$

где  $n_d$  - концентрация пылевых частиц. В литературе также широко используется определение параметра неидеальности в следующем виде:

$$\tilde{\Gamma} = \frac{e^2 q^2}{a T_d}, \quad (3)$$

где  $a$  - среднее межчастичное расстояние  $a = (n_d)^{-1/3}$ . Два параметра неидеальности связаны простым соотношением:

$$\Gamma = \sqrt[3]{\frac{4}{3} \pi} \cdot \tilde{\Gamma} \approx 1.61 \times \tilde{\Gamma}.$$

Кристаллизация пылевой компоненты в однокомпонентном приближении происходит при выполнении условия [12]:

$$\Gamma \geq \Gamma_c \approx 172 \text{ или } \tilde{\Gamma} \geq \tilde{\Gamma}_c \approx 106. \quad (4)$$

В плазме электрическое поле любого заряда экранируется и в идеальной плазме потенциал заряженных частиц оказывается дебаевским:

$$\phi(r) = \frac{eq}{r} \exp(-r/R_D), \quad (5)$$

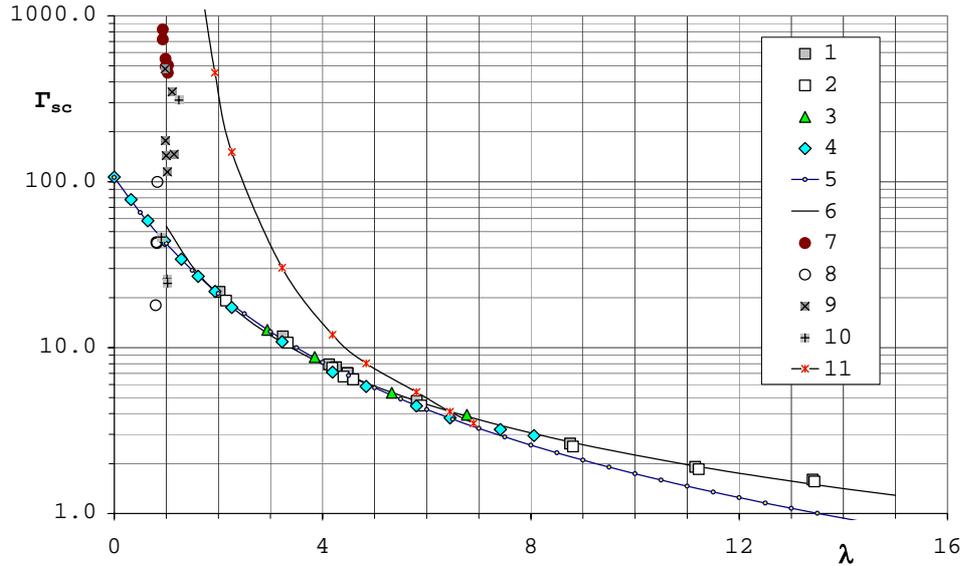
где  $r$  - расстояние от центра частицы до точки наблюдения;  $R_D$  - дебаевский радиус экранирования. В работе [13] в качестве условия кристаллизации плазмы с КДФ предлагалось использовать условие:

$$\Gamma_s \geq \Gamma_c, \quad (6)$$

где введен новый параметр неидеальности для дебаевской плазмы:

$$\Gamma_s = \frac{e^2 q^2}{akT} \exp(-a/R_D) = \tilde{\Gamma} \exp(-a/R_D). \quad (7)$$

В работах [14-18] проведено численное моделирование методами молекулярной динамики фазового состояния системы частиц, потенциал которых имеет вид (5) и было показано, что условия фазовых переходов определяются не одним, а двумя параметрами - параметром неидеальности  $\Gamma_s$  и структурным параметром  $\lambda$ , который вводится соотношением:  $\lambda = a/R_D$ . На рис.1 приведены критические значения параметра неидеальности  $\Gamma_{sc}$  из [14-18], при которых происходит кристаллизация пылевой плазмы при различных значениях структурного параметра  $\lambda$ .



**Рис.1.** Зависимости критического параметра неидеальности  $\Gamma_{sc}$  от структурного параметра  $\lambda$ . 1,2 - [15]; 3 - [16]; 4 - [18]; 5 - выражение (8) [19]; 6 - выражение (9) [20]; 7-10 - пересчитанные экспериментальные данные [22] при разных давлениях (7,8) и мощностях ВЧ-разряда (9,10) (7,9 - жидкая фаза, 8,10 - кристаллическая). 11 - граница перехода кристалла с ОЦК структурой в кристалл с ГЦК структурой [18].

На рис.1 также приведена аппроксимация этой зависимости из работы [19]:

$$\Gamma_{sc} = 106/(1 + \lambda + \lambda^2/2). \quad (8)$$

В [19] эта аппроксимация получена на основе критерия Линдемана плавления кристалла. В [15,16] было показано, что этот критерий вдоль кривой фазового перехода не остается постоянным, а с ростом структурного параметра медленно уменьшается с 0.19 при  $\lambda=0$  до  $\sim 0.16$  при  $\lambda \approx 13$  [15]. По этой причине аппроксимация (8) при  $\lambda > 6$  дает заниженные значения параметра  $\Gamma_{sc}$ . В пылевой плазме, создаваемой пучком быстрых электронов, значения параметра  $\lambda$  как раз попадают в эту область. Поэтому в работе [20] по результатам работ [14-18] методом наименьших квадратов было получено выражение

$$\Gamma_{sc} = 54/\lambda^{1.38}, \quad (9)$$

которое в наиболее характерной для экспериментов с пылевой плазмой области значений структурного параметра  $\lambda > 1$  очень хорошо описывает расчетную зависимость.

В работах [14,15] исследовался вопрос о влиянии конечности размера частиц на условия кристаллизации. С учетом конечности размера пылевой частицы потенциал (5) принимает вид:

$$\phi = \frac{eq}{1 + r_0/R_D} \cdot \frac{1}{r} \exp\left(-\frac{r-r_0}{R_D}\right), \quad (10)$$

где  $r_0$  - радиус пылевой частицы. Это так называемый потенциал Дерягина-Ландау-Вервея-Овербика (DLVO-потенциал). Поле при этом определяется выражением:

$$E = \frac{eq}{r^2} \cdot \frac{1 + r/R_D}{1 + r_0/R_D} \exp\left(-\frac{r-r_0}{R_D}\right). \quad (11)$$

Из (11) видно, что поле в непосредственной близости от пылинки совпадает с кулоновским полем заряда  $q$ . Путем переопределения заряда выражение (10) можно привести к виду (5) с новым значением заряда  $q_2$ , связанного с  $q$  соотношением:

$$q_2 = \frac{q}{1 + r_0/R_D} \exp(r_0/R_D) \quad (12)$$

и при условии  $r_0 \ll R_D$  практически совпадающего с ним. В [14,15] показано, что для значений объёмной доли пылевых частиц (равного отношению объема пылинки к объёму, приходящемуся на одну пылевую частицу), меньших 0.1, учет конечности размера не приводит к заметному изменению условий фазовых переходов.

Также отметим, что в работах [14,15,18] было показано, что при малых значениях структурного параметра кристалл частиц, взаимодействие которых описывается потенциалом Юкавы, имеет объёмно-центрированную решетку, а при больших - гранецентрированную. Согласно [15] тройная точка такой системы (в которой сходятся границы, разделяющие жидкую, ОЦК и ГЦК кристаллические фазы) находится в точке с абсциссой  $\lambda_T \approx 4.5$ , а согласно [18]  $\lambda_T \approx 6.90$ . На рис.1 приведена кривая раздела этих двух типов решеток из [18].

## 2. Экспериментальные методы определения заряда пылевой частицы и радиуса экранирования.

Упорядоченные кристаллические структуры пылевых частиц впервые наблюдались в ВЧ-разряде [21-28]. Затем упорядоченные структуры наблюдались в двойном прианодном слое разряда специальной конструкции [29], в стратах тлеющего разряда постоянного тока [30-31], в термической [32-33], ядерно-возбуждаемой [34-35] и индукционно-связанной плазме [36-38]. Для определения параметра неидеальности и структурного параметра нужно знать заряд пылевых частиц, радиус экранирования и межчастичное расстояние. Если определение последней величины обычно не вызывает больших трудностей, то определение заряда пылевой частицы и дебаевского радиуса представляет весьма сложную задачу.

Первым, кто провел эксперименты по определению заряда малых дисперсных частиц, вероятно, был известный американский ученый Р.Э. Милликен. Это его широко известные эксперименты с масляными каплями и частицами из других материалов, в ходе которых была установлена дискретность заряда. В этих экспериментах заряд малых частиц определялся из баланса электрической силы, сил тяжести и трения. Такой же метод для определения заряда использовался, например, в работах [21,34,35]. Но данный метод при больших концентрациях пыли в плазме оказывается достаточно сложным для практического применения, т.к. требует определения значения самосогласованного электрического поля плазмы в точке нахождения пылевой частицы, что представляет весьма сложную проблему. Помимо электрических и гравитационных сил в баланс сил могут давать вклад и другие силы, такие как термофоретическая сила, сила увлечения потоком нейтральных частиц газа и ионным потоком и т.д. [39].

В [21] электрическое поле в приэлектродном слое ВЧ-разряда, обедненного электронами, определялось из решения уравнения Пуассона, причем концентрация ионов в слое определялась экстраполяцией концентрации ионов, найденного СВЧ-интерферометром Маха-Цендера для квазинейтрального объема, где концентрации ионов и электронов равны. Решение уравнения Пуассона приводила к линейной зависимости

поля от расстояния до поверхности нижнего электрода. Данный метод оказался трудоёмким и имел невысокую точность. Поэтому авторы [21] в последующих работах [22, 40-42] этим методом не пользовались. В условиях [21,22,40-42] заряд пылевых частиц был достаточно велик, нагрев газа мал, потоки газа отсутствовали, поэтому основными силами были гравитационная и электрическая силы.

В работе [43] для определения заряда пылевых частиц использовался метод, в котором пылевые частицы, пролетая плазменную зону, приобретали заряд и попадали на зарядо-измерительный датчик. Последний был снабжен сеткой с регулируемым задерживающим потенциалом. Измеряя суммарный заряд пролетевших сетку пылевых частиц при разных значениях задерживающего потенциала, в [43] определяли заряд пылевых частиц разного размера. Отметим, что данный метод не всегда применим, особенно в экспериментах, целью которых является наблюдение упорядоченных структур пылевых частиц. Также на результаты измерений может оказать влияние разрядка пылевой частицы при выходе из разрядной зоны.

В работе [44] заряд пылевых частиц определялся из условия квазинейтральности плазмы, причем концентрации электронов и ионов определялись из зондовых измерений. Отметим низкую точность данного метода для условий, когда отрицательный заряд плазмы содержится, в основном, в электронной компоненте. В этом случае как мала точность определения концентрации электронов из-за их неоднородного распределения вокруг пылевых частиц, так и мала точность определения заряда, потому что заряд пылевой компоненты определяется как разность двух близких друг другу величин заряда ионной и электронной компонент.

Для измерения заряда пылинки в ряде работ (см., например [21,22,42,45]) использовался метод возбуждения колебаний пылевых частиц. Для возбуждения колебаний использовались различные методы: прикладывание дополнительного гармонического потенциала низкой частоты к ВЧ-электроду [21,22] или к тонкой проволоке из вольфрама [40,41,45,46], освещение пылевых частиц или отдельной пылинки модулированным лазерным излучением [42]. Информация о заряде пылевой частицы содержится как в амплитуде колебаний, так и в резонансной частоте колебаний пылевых частиц, правда, в комбинации либо с концентрацией ионов, либо с дебаевской длиной экранирования. В работе [47] для определения заряда пылевых частиц предлагался метод, в котором измерялись траектории двух сталкивающихся частиц и заряд извлекался в предположении дебаевского потенциала взаимодействия частиц.

Для расчета параметра неидеальности дебаевской плазмы также нужно знать радиус экранирования. Напомним, что дебаевский потенциал выводится как решение уравнения Пуассона с бoльцмановскими распределениями плотностей ионов и электронов в предположении малости параметра неидеальности. В гетерогенной плазме параметр неидеальности не мал, а распределения электронов и ионов термодинамически неравновесны из-за того, что имеются неуровновешенные обратными потоки электронов и ионов на пылевые частицы. Из теории зондов известно [48-50], что концентрация электронов для достаточно больших отрицательных потенциалов зонда приближенно описывается распределением Больцмана, а для положительных ионов, притягивающихся отрицательным зарядом пылевой частицы, концентрация даже приближенно не следует распределению Больцмана. (В случае положительного заряда пылевых частиц будет все наоборот). Поэтому часто решаемое в литературе уравнение Пуассона с бoльцмановскими распределениями и для электронов, и для ионов, так называемое уравнение Пуассона-Больцмана, на наш взгляд, для гетерогенной плазмы не имеет физического содержания. Использование дебаевского потенциала с радиусом экранирования, следующим из теории идеальной плазмы, для сильно неидеальной системы также требует своего обоснования. Этот вопрос поднимался и ранее (см., например, [1,51]). Также возникает вопрос, принимает участие пылевая компонента в экранировании заряда или нет? В [1] делается вывод, что если в дебаевской сфере содержится много пылевых частиц, то пылевая

компонента участвует в процессах экранировании и дебаевский радиус должен определяться выражением:

$$\frac{1}{R_D^2} = \frac{1}{R_{D,e}^2} + \frac{1}{R_{D,i}^2} + \frac{1}{R_{D,d}^2}, \quad (13)$$

где  $R_{D,e}$ ,  $R_{D,i}$  и  $R_{D,d}$  - дебаевские радиусы, соответственно, электронной, ионной и пылевой компонент. Но если в плазме с КДФ в дебаевской сфере содержится меньше одной пылевой частицы, что является характерным случаем для экспериментов с КДФ, то пылевая компонента не может рассматриваться как плазменная компонента и дебаевский радиус должен определяться электронной и ионной компонентами.

В разрядных условиях температура электронов  $T_e$  значительно больше ионной  $T_i$ :  $T_e \gg T_i$ , поэтому дебаевский радиус, казалось бы, должен определяться ионной компонентой [13], как обычно и полагается. В работе [23], наоборот, полагалось, что  $R_D \approx R_{D,e}$  на основании того, что согласно теории Бома ионы в приэлектродный слой объёмного заряда в ВЧ-разряде, где  $n_e \ll n_i$ , влетают с энергией порядка тепловой энергии электронов. (Условие устойчивости слоя требует, чтобы энергия ионов при входе в слой была больше  $\frac{1}{2} kT_e$  [48]). Поэтому делается вывод, что ионы будут иметь сравнимую с электронной компонентой температуру, откуда и следует, что  $R_D \approx R_{D,e}$ . Такое представление, на наш взгляд, ошибочно, потому что энергия ионов при входе в слой связана с направленным движением, а не с тепловым. Именно тепловое движение электронов и ионов обеспечивает экранирование зарядов в плазме.

В последнее время появились работы, посвященные экспериментальному определению радиуса экранирования поля пылевой частицы. В работе [40] был представлен экспериментальный метод определения радиуса экранирования заряда пылевых частиц в ВЧ-плазме, основанный на возбуждении связанных колебаний линейной цепочки пылевых частиц. Для формирования линейной цепочки из небольшого числа частиц (порядка десяти и меньше) использовалась ловушка специальной конструкции. Перпендикулярно к цепочке была натянута вольфрамовая проволока диаметром 100 мкм, к которой прикладывался переменный электрический потенциал с частотой несколько Гц. Этот низкочастотный потенциал заставлял осциллировать ближайшую к проволоке пылевую частицу, от которой колебания передавались другим частицам. При частотах, меньших 5 Гц, никаких поперечных колебаний цепочки не наблюдалось. Связанные колебания содержали информацию о величине

$$q_{eff}^2 = q^2 \exp(-a / R_D),$$

где  $a$  - расстояние между частицами. Величину самого заряда  $q$  определяли по поперечным колебаниям, как в [21,22]

В [41] для возбуждения линейной цепочки пылевых частиц в ВЧ-разряде в Не использовалось модулированное лазерное излучение. Полученные экспериментальные данные анализировались с использованием дисперсионных соотношений, следующим из модели волны, бегущей по пылевой решетке (DLW - dust lattice wave) и модели пыле-акустических волн (DAW - dust acoustic wave). В модели DLW пылинки сильно связаны и взаимодействуют друг с другом прямо, посредством экранированного кулоновского потенциала, в то время как в модели DAW пылевые частицы взаимодействуют друг с другом только через электронную и ионную компоненты, а пыле-акустические волны подобны ионной акустической волне. В [41] показано, что модель DLW очень хорошо описывает эксперимент, в то время как модель DAW не согласуется с экспериментом. Особенно сильные расхождения наблюдались при частотах выше 10 Гц. В работе [46], наоборот, делается вывод, что модель DAW лучше описывает эксперименты в ВЧ-разряде в Кг. Это расхождение, может быть, обусловлено тем, что в работе [46] значение структурного параметра  $\lambda$  было меньше единицы, а в [41] больше.

Дебаевский радиус экранирования определялся в работах [40,41,46,47,52] различными методами в ВЧ-разряде в He при  $p=1\div 100$  Па [40] и при  $p=22$  Па [41], в Kr при давлении  $p=7\div 40$  Па [46], в Ag при  $p=2\div 3$  Па [47] и при  $p=2.7$  Па [52]. Наиболее достоверное определение дебаевского радиуса проведено в [52], в котором исследован вопрос о виде самого потенциала, в отличие от других работ, в которых этот потенциал предполагался дебаевским. В [52] экспериментально измерен потенциал взаимодействия пылевых частиц в диапазоне примерно от  $R_D$  до  $3R_D$  и подгонкой теоретической кривой (5) и экспериментальных точек вычислен дебаевский радиус. Установлено, что экспериментальный потенциал с точностью 10-20% описывается выражением (5). Оценки показывают, что во всех работах [40,41,46,47,52] экспериментальный радиус экранирования был на порядок больше ионного дебаевского радиуса. Поэтому можно полагать, что экранировка поля пылевой частицы осуществлялась только электронной компонентой.

На рис.1. приведены значения параметра неидеальности пылевой плазмы для условий эксперимента [22]. В [40-42] значения  $R_D$  были определены только для одной серии экспериментов [22], проведенных при разных давлениях, а для серии экспериментов при разных мощностях подводимой энергии ВЧ источника нет. Мы пересчитали ионные дебаевские радиусы, приведенные в [22], в электронные, предположив, что концентрации ионов и электронов равны друг другу, а температура электронов составляет величину порядка 3 эВ. Для условий, где есть экспериментальные данные для сравнения, пересчитанные таким образом величины оказались в хорошем согласии с ними. На рис.1 параметр неидеальности определен по пересчитанным дебаевским радиусам, для условий, когда в эксперименте [22] наблюдались пылевые структуры либо в жидкой, либо в кристаллической фазе. Видно, что точки, в основном, попали в соответствующие наблюдаемым фазам области. Для более точной экспериментальной проверки результатов расчетов методом Монте-Карло условий фазовых переходов на основе потенциала Юкавы и их применимости для пылевой плазмы необходима разработка более точных методов диагностики такой плазмы.

Из всего вышесказанного ясно, что задача определения заряда и радиуса экранирования на сегодняшний день представляет из себя весьма сложную задачу. Причем используемые сегодня методы предполагают серьезный теоретический анализ экспериментальных данных для извлечения окончательных величин. Поэтому на современном этапе развития физики плазмы с КДФ первостепенное значение имеет разработка теоретических основ процессов в такой плазме и важное значение приобретает численный эксперимент. Причем особую ценность имеют математические и численные модели, проверенные при решении других, близких и похожих физических задач.

В работе [53] численно исследовался вопрос о характере экранирования электрического поля сильно заряженной макрочастицы в коллоидной плазме. Были проведены численные расчеты поведения потенциала на основе решения уравнения Пуассона-Больцмана и на основе моделирования методом Монте-Карло поведения ансамбля заряженных частиц в электрическом поле макрочастицы. Было найдено, что результаты по исследованию радиального распределения заряда, полученные на основе уравнения Пуассона-Больцмана и на основе метода Монте-Карло, достаточно хорошо согласуются друг с другом. Оказалось, что решение уравнения Пуассона-Больцмана приводит к заметно отличающимся значениям потенциала по сравнению с результатами теории Дебая-Гюккеля, причем расхождения растут по мере уменьшения размера макрочастиц. В работе [54] исследовался вопрос о влиянии обнаруженных в [53] эффектов на условия фазовых переходов в коллоидной плазме.

Исследования в [53,54] проводились без учета поглощения макрочастицами электронов и ионов (в данном случае такая система находится в термодинамическом равновесии и распределения ионов и электронов следуют больцмановскому закону),

поэтому не могут быть приложены к пылевой плазме. В работах [55-58] в результате численного моделирования гетерогенной пылевой плазмы было показано, что расчетный потенциал приближенно может быть описан дебаевским потенциалом, причем радиус экранирования не совпадал с результатами Дебая-Гюккеля. В работе [59], посвященной исследованию несамостоятельного разряда в гелии при атмосферном давлении в присутствии пылевой компоненты, были проведены численные расчеты потенциала пылевой частицы по модели, отличающейся от нашей только некоторыми деталями. Отмечалось существенное отличие значений радиуса экранирования, определенных из условия наилучшей аппроксимации расчетного потенциала потенциалом Юкавы, и вычисленного по параметрам плазмы дебаевского радиуса. Причем радиус экранирования, полученный при аппроксимации, превосходил даже электронный дебаевский радиус.

Все эти работы, кроме [59], были посвящены исследованию плазмы с КДФ при низких давлениях, когда применимо бесстолкновительное описание процессов переноса в пылевой плазме. В настоящей работе, в основном, будут представлены результаты исследований плазмы с КДФ при повышенных давлениях, когда применимо гидродинамическое описание.

### 3. Теоретическое описание процесса зарядки пылевых частиц.

Процессы, протекающие в пылевой плазме, весьма разнообразны и сложны вследствие добавления третьей заряженной компоненты с сильно отличными транспортными свойствами от электронной и ионной компонент, которые, в свою очередь, сами сильно отличаются друг от друга по этим свойствам. Основным параметром, определяющим всё многообразие свойств пылевой компоненты, является заряд, аккумулируемый пылевыми частицами в плазме. В настоящее время в литературе для оценки заряда пылевых частиц широко используется приближение ограниченных орбит (ПОО) {orbit motion limited (OML) approach} [1,60].

#### 3.1. Молекулярный режим процесса зарядки (приближение ограниченных орбит).

Это приближение, которое базируется на результатах, полученных при разработке теории зондов (см. [48-50]), справедливо только для бесстолкновительного, так называемого молекулярного режима движения заряженных частиц. В ПОО полагается:

- 1) что каждая плазменная частица (электрон или ион), попадающая на пылинку, прилипает к ней;
- 2) пространственная структура потенциала не влияет на вероятность попадания плазменной частицы на пылевую частицу (независимо от места первоначального нахождения);
- 3) для сферических пылевых частиц предельный прицельный параметр плазменной частицы, когда она поглощается пылевой частицей, соответствует ее нормальному касанию с пылевой частицей.

Преимущество такого подхода состоит в том, что каким бы сложным не было поведение потенциала около пылевой частицы, сечение взаимодействия ее с плазменными частицами может быть найдено просто из законов сохранения энергии и импульса.

В равновесии при условии, что в плазме имеется только один сорт однозарядных ионов, поток ионов на пылинку равен потоку электронов, что дает уравнение для потенциала, а тем самым и заряда пылевых частиц [1,60]:

$$\exp\left(\frac{e\phi_0}{T_e}\right) = \frac{v_{th,i}}{v_{th,e}} \left(1 - \frac{e\phi_0}{T_i}\right) (1 + P) \quad (14)$$

где  $\phi_0$  - электростатический потенциал поверхности пылевой частицы,  $v_{th,e}$ ,  $v_{th,i}$  - тепловые скорости электронов и ионов, определяемые выражениями:  $v_{th,e(i)} = \sqrt{8T_{e(i)}/\pi m_{e(i)}}$ ,  $m_{e,i}$  - масса электрона и иона, соответственно,  $P$  - безразмерный параметр, характеризующий относительный электронный заряд на пылевых частицах в условиях равновесия:

$$P \equiv -n_d q / n_{e0}, \quad (15)$$

причем из условия квазинейтральности следует, что

$$\sum_i n_{i0} = n_{e0}(1 + P),$$

где  $n_{e0}$ ,  $n_{i0}$  - концентрации заряженных частиц плазмы вдали от пылевой частицы. Заряд  $q$  и потенциал  $\phi_0$  связаны между собой. Для оценок обычно используется вакуумная связь  $eq = r_0 \phi_0$ , тогда уравнение для определения заряда пылинки запишется в виде:

$$\exp\left(\frac{e^2 q}{T_e r_0}\right) = \frac{v_{Ti}}{v_{Te}} \left(1 - \frac{e^2 q}{T_i r_0}\right) (1 + P). \quad (16)$$

В работе [61] было показано, что решение (16) при выполнении условия  $T_e/T_i < 1000$  можно представить в виде:

$$q = -C \frac{r_0 T_e}{e^2} \ln\left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \sqrt{\frac{m_i T_i}{m_e T_e}}\right) = -C \frac{r_0 T_e}{e^2} \ln\left(\frac{n_{e0} T_i v_{th,e}}{n_{i0} T_e v_{th,i}}\right), \quad (17)$$

где  $C$  - величина порядка единицы, которая слабо зависит от отношений масс, концентраций и температур электронов и ионов.

### 3.2. Гидродинамический режим.

При выполнении условий [62-66]:

$$l_e \ll r_0 + d; \quad l_+ \ll r_0 + d, \quad l_- \ll r_0 + d, \quad (18)$$

процесс переноса заряженных частиц на аэрозоли можно рассматривать в гидродинамическом приближении. Здесь  $l_e$ ,  $l_+$ ,  $l_-$  - длины свободного пробега электронов, положительных и отрицательных ионов, соответственно;  $r_0$  - радиус пылевой частицы;  $d$  - характерный размер области нарушения квазинейтральности плазмы. При давлении газа около атмосферного и выше, длина свободного пробега ионов составляет обычно величину порядка  $10^{-5} \div 10^{-6}$  см, а электронов, в отсутствие электрического поля, в ксеноне -  $l_e = 10^{-5}$  см, в гелии, азоте и воздухе -  $l_e = 10^{-4}$  см. В электрическом поле длина свободного пробега электронов в ксеноне ведет себя достаточно сложным образом, но не превышает  $10^{-4}$  см, а в воздухе и азоте с ростом поля  $l_e$  только падает. Характерный размер области нарушения квазинейтральности плазмы, как показывают расчеты, для частиц радиусом  $10^{-4}$  см составляет величину порядка  $10^{-3}$  см. Поэтому условие (18) для частиц, радиус которых превышает  $10^{-4}$  см, при атмосферном давлении и выше выполнено как в атомарных (кроме неона), так и в молекулярных газах.

При выполнении более жесткого условия для электронов

$$l_u \ll r_0 + d, \quad (19)$$

где  $l_u$  - длина энергетической релаксации электрона, для определения таких электронных параметров, как подвижность, коэффициент диффузии, константы скоростей рождения и гибели электронов, применимо локальное приближение [62]. Для ионов длина свободного пробега и длина энергетической релаксации практически совпадают, потому что массы ионов и частиц нейтрального газа сравнимы. Поэтому при описании переноса ионов не возникает проблем, связанных с релаксацией энергии ионов. Оценки показывают, что при

атмосферном давлении для частиц радиусом  $10^{-4}$  см и выше в молекулярных газах условие (19) практически всегда выполнено. В атомарных газах при рассматриваемых условиях условие (19) обычно не выполняется, а в тяжелых атомарных газах при степенях ионизации меньше  $10^{-4}$  обычно выполняется противоположное условие:

$$l_u \gg r_0 + d. \quad (20)$$

При выполнении этого условия функция распределения электронов практически не возмущается полем заряженной пылевой частицы, поэтому в этом случае можно приближенно использовать электронные параметры, рассчитанные для невозмущенной пылевой компонентой плазмы.

### 3.2.1. Основные уравнения.

Приведем вывод основных уравнений переноса электронов как наиболее сложной для описания компоненты неравновесной плазмы в гидродинамическом режиме. Полное описание поведения электронов в плазме возможно на основе функции распределения электронов по энергии (ФРЭЭ) [67]. При выполнении условия (18) применимо двучленное приближение ФРЭЭ, когда можно ограничиться первыми членами разложения по сферическим гармоникам [62]:

$$f \approx f_0 + \frac{v}{v} f_1 = f_0 + f_1 \cos \theta. \quad (21)$$

В этом случае уравнение Больцмана для электронов сводится к системе уравнений [67]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_0 n_e}{\partial t} + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_e}} \operatorname{div} (n_e \mathbf{f}_1) - \frac{en_e}{3\varepsilon} \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_e}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} (\varepsilon \mathbf{E} \mathbf{f}_1) &= S_0, \\ \frac{\partial \mathbf{f}_1 n_e}{\partial t} + \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_e}} \cdot \operatorname{grad} (n_e f_0) - en_e \mathbf{E} \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_e}} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} &= \mathbf{S}_1 = -v_m n_e \mathbf{f}_1. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь  $e$ ,  $m_e$ ,  $n_e$ ,  $\varepsilon$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $v$  - абсолютное значение заряда, масса, концентрация, энергия, скорость и абсолютное значение скорости электрона, соответственно,  $v_m = N\sigma_m v$  - частота упругих столкновений,  $N$  - концентрация нейтрального газа,  $\sigma_m$  - сечение упругих столкновений,  $\mathbf{E}$  - вектор напряженности электрического поля,  $S_0$ ,  $S_1$  - моменты интеграла столкновений,  $\theta$  - угол, отсчитываемый от вектора  $\mathbf{E}$ . ФРЭЭ нормирована условием:

$$\frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\pi f \sqrt{\varepsilon} \sin \theta d\theta d\varepsilon = \int_0^\infty f_0 \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon = 1. \quad (23)$$

Если характерное время изменения параметров плазмы  $t \gg v_m^{-1}$ , то производной по времени в уравнении для  $f_1$  можно пренебречь и из (22) можно получить уравнение непрерывности электронов в электроположительных газах:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \mathbf{j}_e = Q_{ion} + v_{ion} n_e - \beta_{ei} n_e n_i \quad (24)$$

с плотностью потока

$$\mathbf{j}_e = -\nabla (D_T n_e) - k_e n_e \mathbf{E}. \quad (25)$$

Здесь  $Q_{ion}$  - скорость ионизации газа внешним источником,  $v_{ion}$  - частота ионизации электронами плазмы,  $\beta_{ei}$  - скорость электрон-ионной рекомбинации, а подвижность и коэффициент диффузии электронов определяются выражениями:

$$k_e = -\frac{2e}{3m_e} \int \frac{\varepsilon^{3/2}}{v_m} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon, \quad D_T = \frac{2}{3m_e} \int \frac{\varepsilon^{3/2}}{v_m} f_0 d\varepsilon. \quad (26)$$

При выполнении условия (18) для ионов, для описания переноса ионов также можно использовать уравнение непрерывности в диффузионно-дрейфовом приближении:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \mathbf{j}_i = Q_{ion} + v_{ion} n_e - \beta_{ei} n_e n_i, \quad (27)$$

с плотностью потока

$$\mathbf{j}_i = n_i k_i \mathbf{E} - D_i \nabla n_i, \quad (28)$$

где  $n_i, k_i, D_i$  - концентрация, подвижность и коэффициент диффузии ионов, соответственно. Зарядка пылевых частиц в диффузионно-дрейфовом приближении в электроположительных газах описывается уравнениями (24)-(28), дополненными уравнением Пуассона для электрического поля:

$$\nabla \mathbf{E} = 4\pi e (n_i - n_e). \quad (29)$$

В электроотрицательных газах система уравнений непрерывности принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \mathbf{j}_e &= Q_{ion} + v_{ion} n_e N - \beta_{ei} n_e n_+ - \alpha n_e, \\ \frac{\partial n_+}{\partial t} + \nabla \mathbf{j}_+ &= Q_{ion} + v_{ion} n_e N - \beta_{ei} n_e n_+ - \beta_{ii} n_+ n_+, \\ \frac{\partial n_-}{\partial t} + \nabla \mathbf{j}_- &= \alpha n_e - \beta_{ii} n_- n_+, \end{aligned} \quad (30)$$

где величины с индексом “e” относятся к электронам, “+” – к положительным ионам, “-” – к отрицательным ионам;  $n$  – концентрации заряженных частиц;  $\beta_{ii}$  – коэффициент ион-ионной рекомбинации;  $\alpha$  - частота гибели электронов в процессах диссоциативного и/или трехтельного прилипания;  $\mathbf{j}_+, \mathbf{j}_-$  – плотности потока положительных и отрицательных ионов:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_+ &= n_+ k_+ \mathbf{E} - D_+ \nabla n_+, \\ \mathbf{j}_- &= -n_- k_- \mathbf{E} - D_- \nabla n_-, \end{aligned} \quad (31)$$

где  $k$  – подвижности и  $D$  – коэффициенты диффузии заряженных частиц.

В работе [59] зарядка пылевых частиц описывалось системой уравнений, аналогичной (24)-(29), а коэффициенты в уравнении непрерывности электронов брались постоянными и определялись по ФРЭЭ для невозмущенной пылевой компонентой плазмы. Следует отметить, что для условий работы [59] применимость такого приближения заранее неочевидна.

При выполнении условия применимости локального приближения (19), ФРЭЭ и, соответственно, коэффициенты переноса, константы скоростей процессов рождения и гибели электронов, определяются локальным значением приведенного электрического поля  $E/N$ . Длина энергетической релаксации электронов  $l_u$  определяется выражением [63]:

$$l_u = \left( N \sqrt{\sigma_m \sigma_u} \right)^{-1}, \quad (32)$$

где  $\sigma_u$  - эффективное сечение неупругих столкновений, которое в случае преобладания упругих потерь приближенно можно представить в виде:  $\sigma_u = \delta \sigma_m = 2m_e \sigma_m / M$  ( $M$  - масса частиц нейтрального газа).

В работах [63,64,67] на основе теории возмущений была построена теория переноса электронов в слабо неоднородной плазме. Учет линейного члена в разложении ФРЭЭ по градиенту плотности электронов привёл к перенормировке коэффициента диффузии электронов  $D_T$ , в результате чего было введено понятие продольной диффузии электронов  $D_L$ . В [68-70] при моделировании процесса зарядки пылевых частиц в молекулярных газах использовалось локальное приближение, причем в выражении для плотности потока электронов (25) коэффициент  $D_T$  был заменён на  $D_L$ .

В гелии при атмосферном давлении длина свободного пробега электронов в области энергий до нескольких эВ практически постоянна [67] и равна:  $l_e \approx 0.5$  мкм, а  $l_u \approx 30$  мкм. Поэтому в гелии при атмосферном давлении для частиц радиусом около 10 мкм

условие (18) выполнено, а условие (19) нарушено, причем реализуется наиболее трудный для описания случай, когда величины  $l_u$  и  $(r_0 + d)$  сравнимы друг с другом. В этом случае для описания переноса электронов необходимо, вообще говоря, решать неоднородное уравнение Больцмана (22), что является достаточно сложной задачей.

В настоящей работе для учета нелокальности ФРЭЭ использовался нелокальный метод моментов [71,72]. Данный метод базируется на предположении, что коэффициенты переноса, константы скоростей процессов рождения и гибели электронов, скорость потерь энергии электронов определяются только средним значением энергии электронов, т.е. зависимость указанных величин от координат (их нелокальность) проявляется только через зависимость средней энергии электронов от координат. В свою очередь, зависимость средней энергии от координат определяется уравнением баланса энергии электронов. Нелокальный метод моментов использовался при анализе экспериментов в дрейфовых трубках [71,73], для изучения неравновесного переноса электронов в тлеющем разряде [72,74,75]. Сравнение как с экспериментом, так и с более точными теориями, такими как метод частиц в ячейках для расчета процессов переноса и метод Монте-Карло для расчета ФРЭЭ, показало хорошую точность и состоятельность этого метода [71-75]. Подобный метод успешно использовался при изучении неустойчивостей тлеющего разряда [76,77], при моделировании ВЧ-разряда [78,79] и в теории зондов при повышенных давлениях [48-50,80].

Для получения уравнения баланса энергии электронов умножим первое уравнение (22) на энергию электронов и проинтегрируем:

$$\frac{\partial n_e \langle \varepsilon_e \rangle}{\partial t} + \nabla \mathbf{h}_e + e \mathbf{j}_e \mathbf{E} = (\eta - I) Q_{ion} - n_e W_S. \quad (33)$$

где  $\langle \varepsilon_e \rangle$  - средняя энергия электронов:

$$\langle \varepsilon_e \rangle = \int_0^\infty f_0 \varepsilon^{3/2} d\varepsilon,$$

$\mathbf{h}_e$  - плотность потока энергии электронов,  $\eta$  - энергетическая цена образования электрон-ионной пары, которая в первом приближении равна удвоенному потенциалу ионизации (необходимо отметить, что в общем случае нужно учесть прямые потери энергии электронов на возбуждение атомов или молекул, которая может достигать до 30% от полных потерь энергии электронов пучка, но для настоящего рассмотрения это не принципиально),  $W_S$  - скорость потерь энергии в упругих и неупругих столкновениях:

$$W_S = \int_0^\infty S_0 f_0 \varepsilon^{3/2} d\varepsilon.$$

Проинтегрировав умноженное на  $\varepsilon^{3/2}$  второе уравнение (22), получим выражение для плотности потока энергии электронов:

$$\mathbf{h}_e = -\nabla(Gn_e) - \beta n_e \mathbf{E}, \quad (34)$$

где коэффициенты  $G$  и  $\beta$  определены выражениями [71]:

$$\beta = -\frac{2e}{3m_e} \int \frac{\varepsilon^{5/2}}{v_m} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon, \quad G = \frac{2}{3m_e} \int \frac{\varepsilon^{5/2}}{v_m} f_0 d\varepsilon. \quad (35)$$

В итоге, полная система уравнений нелокальной модели зарядки пылевых частиц в электроположительном газе, построенная на основе нелокального метода моментов, в одномерном приближении в сферической системе координат с началом в центре пылевой частицы принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e}{\partial t} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \left( \frac{\partial D_T n_e}{\partial r} + k_e n_e E \right) \right] &= Q_{ion} + v_{ion} n_e - \beta_{ei} n_e n_i, \\ \frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \left( -D_i \frac{\partial n_i}{\partial r} + k_i n_i E \right) \right] &= Q_{ion} + v_{ion} n_e - \beta_{ei} n_e n_i, \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 E)}{\partial r} &= 4\pi e (n_i - n_e). \end{aligned} \quad (36)$$

$$\frac{\partial n_e \langle \varepsilon_e \rangle}{\partial t} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \left( \frac{\partial G n_e}{\partial r} + \beta n_e E \right) \right] + e \mathbf{j}_e \mathbf{E} = (\eta - I) Q_{ion} - n_e W_S,$$

причем все входящие в (36) коэффициенты являются функциями только средней энергии электронов. Отметим, что рассматриваемое приближение является точным в случае максвелловской ФРЭЭ, когда для заданного газа электронные кинетические коэффициенты однозначно определяются температурой электронов:

$$T_e = \frac{2}{3} \langle \varepsilon_e \rangle.$$

Функция распределения электронов будет максвелловской, например, когда в интеграле столкновений преобладает член, обусловленный электрон-электронными столкновениями. В случае, когда упругие потери энергии преобладают над неупругими, это имеет место при выполнении условия [81]:

$$n_e \gg n_{e,M} \approx \frac{m_e N \sigma_m T_e^2}{M e^4 \ln \Lambda}, \quad (37)$$

где  $\ln \Lambda$  - кулоновский логарифм. В гелии при атмосферном давлении и  $T_e = 0.025$  эВ, граничная концентрация электронов оказывается порядка  $n_{e,M} \sim 10^{10} \text{ см}^{-3}$ . Концентрация электронов в гелии при атмосферном давлении оказывается выше этого значения уже при скорости ионизации, превышающей  $10^{12-13} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$ . (Отметим, что для рассматриваемых в настоящей работе степенях ионизации газа электрон-ионными столкновениями можно пренебречь).

В литературе часто используются другие формы записи теплового потока электронов (см., например, [49,50,76-80,82]), поэтому кратко остановимся на этом вопросе. Проведем следующие несложные преобразования выражения для плотности потока энергии электронов [72]. Выразив поле из (25) и подставив в (34), получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_e &= \frac{\beta}{k_e} \mathbf{j}_e + \frac{\beta}{k_e} \nabla (D_T n_e) - \nabla (G n_e) = \\ &= \frac{\beta}{k_e} \mathbf{j}_e + \left( \frac{\beta}{k_e} D_T - G \right) \nabla n_e - \left( \frac{\beta}{k_e} \frac{\partial D_T}{\partial T_e} - \frac{\partial G}{\partial T_e} \right) n_e \nabla T_e. \end{aligned} \quad (38)$$

В случае максвелловской ФРЭЭ коэффициенты переноса связаны соотношениями Эйнштейна:

$$D_T / k_e = G / \beta = T_e / e. \quad (39)$$

Поэтому член с градиентом плотности электронов в (38) исчезает:

$$\mathbf{h}_e = \frac{G}{D_T} \mathbf{j}_e - k_{th,e} n_e \nabla T_e, \quad (40)$$

где  $k_{th,e} = (\hat{G} - \hat{D}_T) G / T_e$  - коэффициент теплопроводности электронов,  $\hat{G} = \partial \ln G / \partial \ln T_e$ ,  $\hat{D}_T = \partial \ln D_T / \partial \ln T_e$ .

В случае, когда транспортное сечение можно представить степенной функцией скорости электронов:

$$\sigma_m = \sigma_0 (v / v_{th,e})^u, \quad (41)$$

коэффициенты переноса для максвелловской ФРЭ определяются соотношениями Эйнштейна (39) и следующими выражениями ( $-6 < u < 4$ ):

$$D_T = \frac{1}{3} v_{th,e} l_{e0} \cdot \Gamma\left(2 - \frac{u}{2}\right) \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)^u;$$

$$G = \left(2 - \frac{u}{2}\right) \cdot T_e D_T; \quad (42)$$

$$W_{s0} = \frac{2m_e}{M} \Gamma\left(3 + \frac{u}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)^u \cdot v_0 T_e \left(1 - \frac{T_e}{T}\right) = \frac{16\Gamma\left(3 + \frac{u}{2}\right)\Gamma\left(2 - \frac{u}{2}\right)}{3\pi} \left(1 - \frac{T_e}{T}\right) \frac{T_e^2}{MD_T},$$

где  $v_{th,e} = \sqrt{8T_e/\pi m_e}$  - тепловая скорость электронов,  $l_{e0} = (N\sigma_0)^{-1}$ ,  $v_0 = v_{th,e}/l_e = N\sigma_0 v_{th,e}$ ,  $\Gamma$  - гамма-функция,  $W_{s0}$  - скорость потерь энергии электронов в упругих столкновениях (отметим, что  $\sigma_0$  в (41) является функцией  $T_e$ , а именно,  $\sigma_0 \propto T_e^{u/2}$ ). Для коэффициента теплопроводности электронов получаем:

$$k_{th,e} = G/T_e = \left(2 - \frac{u}{2}\right) D_T \quad (43)$$

и из (40) следует:

$$\mathbf{h}_e = \left(2 - \frac{u}{2}\right) (T_e \mathbf{j}_e - D_T n_e \nabla T_e), \quad (44)$$

Когда транспортная частота не зависит от энергии электронов (в этом случае  $u = -1$ ), из (44) вытекает широко используемое выражение для плотности потока энергии электронов [77,79,80]:

$$\mathbf{h}_e = \frac{5}{2} T_e \mathbf{j}_e - \frac{5}{2} D_T n_e \nabla T_e. \quad (45)$$

В случае  $u = 1$  из (44) следует выражение для теплового потока электронов, приводимое в [76,78]. Предположение о степенной зависимости или постоянстве транспортной частоты для реальных газов обычно не выполняется, поэтому выражение (44) или (45) является приближенным и нужно использовать расчеты с реальными транспортными сечениями.

Моделирование процесса зарядки пылевой частицы будем проводить методом ячеек Зейтца – Вигнера. Будем рассматривать зарядку выбранной сферической пылевой частицы радиусом  $r_0$ , помещенной в центр сферически-симметричной ячейки с радиусом  $a_d$ , определяемым соотношением (2).

### 3.2.2. Граничные условия.

Формулировка граничных условий на поверхности макрочастицы для рассматриваемой здесь задачи представляет собой сложную проблему, что связано с нарушением условий применимости гидродинамического приближения в кнудсеновском слое и необходимостью перехода к рассмотрению молекулярного режима переноса заряженных частиц. Эта проблема в свое время широко обсуждалась при разработке теорий переноса излучения и нейтронов [83]. На основе экспериментальных фактов обычно полагается, что при попадании на поверхность пылевой частицы заряд электронов и ионов поглощается с вероятностью единица. Тогда для уравнений баланса заряженных частиц плазмы и энергии электронов с учетом сферической симметрии задачи можно ввести эффективные граничные условия [69,70]:

$$\left( n_{e(+,-)} - \gamma_{0e(+,-)} \frac{l_{e(+,-)}}{r_0} \frac{\partial (r n_{e(+,-)})}{\partial r} \right) \Bigg|_{r=r_0} = 0, \quad \frac{\partial T_e}{\partial r} \Bigg|_{r=r_0} = 0, \quad (46)$$

где  $r_0$  – радиус пылевой частицы, а поправки  $\gamma_{0e}$ ,  $\gamma_{0+}$  и  $\gamma_{0-}$  слабо зависят от отношений длин свободного пробега к радиусу макрочастицы и в пределе  $l_{e(+,-)}/r_0 \rightarrow 0$  стремятся к постоянной Хопфа:  $\gamma_0 \approx 0.71$ . Отличие выражений (46) от обычно используемых в литературе (см. [84,85]) обусловлено тем, что в теории переноса излучения или нейтронов условия ставятся на внешней границе, где поток направлен в сторону возрастания радиальной координаты. А у нас условия ставятся на внутренней границе, поэтому

направления потоков электронов и ионов противоположны направлению радиальной координаты  $r$ , что приводит к появлению знака минус перед постоянной Хопфа в граничных условиях. Граничные условия (46) имеют точность порядка  $\exp(-2r_0/l_{e(+,-)})$  [84], поэтому их при  $l_{e(+,-)}/r_0 \ll 1$  можно заменить на следующие:

$$n_{e|r=r_0} = 0, \quad n_{+|r=r_0} = 0, \quad n_{-|r=r_0} = 0; \quad (47)$$

(обоснование нулевых граничных условий на поверхности пылевой частицы для гидродинамического режима движения заряженных частиц в слабых полях – см. [86]).

На границе справа из соображений симметрии следует, что потоки заряженных частиц и энергии электронов через границу элементарной ячейки должны быть равны нулю, а из требования электронейтральности ячейки следует, что на границе элементарной ячейки и поле равно нулю:

$$j_{e|r=a_d} = 0, \quad j_{+|r=a_d} = 0, \quad j_{-|r=a_d} = 0, \quad h_{e|r=a_d} = 0, \quad E_{|r=a_d} = 0. \quad (48)$$

Как отмечалось в [68,69], заряд пылевой частицы в одномерной задаче можно определять по значению электрического поля на границе между частицей и плазмой – из «граничного» условия:

$$qe = r_0^2 E |_{r=r_0}, \quad (49)$$

что является следствием закона сохранения заряда.

Граничные условия (46) выведены для случая, когда отсутствует дрейфовое движение рассматриваемых частиц [84,85]. Поэтому их использование в нашей задаче требует обоснования. Далее для простоты рассмотрим только электроположительные газы.

В работе [87] было показано, что в случае плоской задачи на границе плазмы со стенкой должны выполняться соотношения:

$$\left( -k_e n_e E_x - D_e \frac{\partial n_e}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_0} = (1 - R_e) \left[ -\frac{1}{4} v_{th,e} n_e - \frac{1}{2} D_e \frac{\partial n_e}{\partial x} \right] \Big|_{x=x_0} - j_i \Big|_{x=x_0}, \quad (50)$$

$$\left( k_i n_i E_x - D_i \frac{\partial n_i}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_0} = (1 - R_i) \left[ k_i n_i E_x - \frac{1}{4} v_{th,i} n_i - \frac{1}{2} D_i \frac{\partial n_i}{\partial x} \right] \Big|_{x=x_0}, \quad (51)$$

где  $R_e, R_i$  - коэффициенты отражения электронов и ионов от стенки;  $v_{th,e}, v_{th,i}$  - тепловые скорости электронов и ионов:  $v_{th,e(i)} = \sqrt{8kT_{e(i)}/\pi m_{e(i)}}$ ;  $\gamma$  - коэффициент вторичной ион-электронной эмиссии. При записи (50,51) полагалось, что стенка находится в точке  $x = x_0$  слева от плазмы, а декартова координата  $x$  перпендикулярно ей и направлена в сторону плазмы. Также полагалось, что поле направлено на стенку ( $E_x$  отрицательно), т.е. дрейфовый поток положительных ионов направлен на стенку (что будет иметь место для отрицательно заряженных пылевых частиц). В выражениях (50,51) слева стоят гидродинамические потоки, а справа - кинетические.

Из (50,51) можно получить:

$$\left( \frac{1}{4} v_{th,e} - \frac{1}{1 - R_e} k_e E_x \right) n_e \Big|_{x=x_0} = \frac{1 + R_e}{2(1 - R_e)} D_e \frac{\partial n_e}{\partial x} \Big|_{x=x_0} - \frac{\gamma}{1 - R_e} j_i \Big|_{x=x_0}, \quad (52)$$

$$\left( \frac{1}{4} v_{th,i} + \frac{R_i}{1 - R_i} k_i E_x \right) n_i \Big|_{x=x_0} = \frac{1 + R_i}{2(1 - R_i)} D_i \frac{\partial n_i}{\partial x} \Big|_{x=x_0}. \quad (53)$$

Учтем, что в не слишком сильных полях выполняются условия:  $v_{th,e(i)} \gg v_{drift,e(i)} = k_{e(i)} |E_x|$  (для электронов это условие совпадает с условием применимости двучленного приближения для функции распределения электронов по энергии, которое справедливо, например, для азота вплоть до приведенного поля  $2 \cdot 10^{15}$  В·см<sup>2</sup>). Также учтем, что в установившемся режиме потоки электронов и ионов на пылевую частицу равны друг

другу, поэтому учет ион-электронной эмиссии может быть сделан просто путем введения нового коэффициента отражения электронов:

$$R_e^{new} = (\gamma + R_e)/(1 + \gamma) \approx \gamma + R_e. \quad (54)$$

Теперь, приняв во внимание, что согласно кинетической теории переноса  $D_{e(i)} = \frac{1}{3} l_{e(i)} v_{th,e(i)}$ , из (52,53) получаем:

$$\left( n_e - \frac{2}{3} l_e \frac{1 + R_e^{new}}{1 - R_e^{new}} \cdot \frac{\partial n_e}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_0} = 0, \quad (55)$$

$$\left( n_i - \frac{2}{3} l_i \frac{1 + R_i}{1 - R_i} \cdot \frac{\partial n_i}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_0} = 0. \quad (56)$$

В [84] было показано, что сферическая задача о диффузии частиц с заменой  $\tilde{n} = nr$  сводится к плоской для величины  $\tilde{n}$ . Поэтому для нашей задачи из (55,56) можно окончательно получить:

$$\left( n_e - \frac{2}{3} \frac{1 + R_e^{new}}{1 - R_e^{new}} \cdot \frac{\lambda_e}{r} \frac{\partial (rn_e)}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_0} = 0, \quad (57)$$

$$\left( n_i - \frac{2}{3} \frac{1 + R_i}{1 - R_i} \cdot \frac{\lambda_i}{r} \frac{\partial (rn_i)}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_0} = 0. \quad (58)$$

Отметим, что для низкоэнергетических заряженных частиц коэффициент отражения практически равен нулю. При этом выражения (57,58) будут отличаться от (46) только незначительно меньшим коэффициентом перед производными. Рассмотрение граничных условий в [84,85] проведено более последовательно, поэтому в расчетах мы пользовались выражениями (46). Отметим, что величины  $\gamma_{0,e(i)}$  зависят от отношения  $l_{e(i)}/r_0$ . На основе работ [84,85] нами был проведен расчет значений  $\gamma_{0,e(i)}$  в широком диапазоне изменения отношений  $\lambda_{e(i)} = l_{e(i)}/r_0$ , которые хорошо аппроксимируются выражениями:

$$\gamma_{e(i)} = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \lambda_{e(i)}^{5/2}, \quad \lambda_{e(i)} \leq 1; \quad \gamma_{e(i)} = \frac{4}{3} - \frac{1}{2} \lambda_{e(i)}^{-1}, \quad \lambda_{e(i)} \geq 1. \quad (59)$$

Эти выражения правильно передают значения потоков и в бесстолкновительном пределе. Отметим, что в [66], в которой развивалась теория зондов при повышенных давлениях, приводится другая аппроксимация, которая значительно хуже описывает расчет (заметим, что в [66] выражения, аппроксимирующие  $\gamma_0$ , для сферического и цилиндрического случаев перепутаны).

Теперь рассмотрим граничное условие для уравнения баланса энергии электронов, потому что в литературе нет полного согласия в этом вопросе. Отметим, что использование эффективных граничных условий для концентрации электронов позволяет избежать сингулярности (см., например, [82]) уравнения баланса энергии электронов на левой границе.

При выводе граничного условия при  $r=r_0$  для температуры электронов будем исходить из того, что нам нужно правильно задать значение потока энергии электронов на пылевую частицу. Для этого приравняем гидродинамический поток энергии электронов потоку, даваемому кинетической теорией, как делалось выше при выводе эффективных граничных условий для концентраций электронов и ионов. Рассмотрение также проведем в плоской геометрии для случая  $l_e \ll r_0$ :

$$\left( -\nabla(Gn_e) - \beta n_e \mathbf{E} \right) \Big|_{r=r_0} = \left( -\frac{1}{2} n_e v_{th,e} T_e \mathbf{e}_r - \frac{1}{2} \nabla(Gn_e) \right) \Big|_{r=r_0}, \quad (60)$$

где  $\mathbf{e}_r$  - единичный вектор, нормальный к границе. Здесь слева стоит гидродинамический поток, справа - кинетический, полученный на основе двучленного разложения ФРЭЭ (см. [72]). В случае независимости длины пробега электронов от энергии (что является

хорошим приближением для гелия), коэффициенты переноса электронов связаны соотношениями:

$$D_T = \frac{l_e v_{th,e}}{3}, \quad k_e = \frac{eD_T}{T_e}, \quad G = 2D_T T_e = \frac{2}{3} l_e v_{th,e} T_e, \quad \beta = \frac{eG}{T_e} = 2k_e T_e. \quad (61)$$

Используя (61), из (60) получаем:

$$\frac{1}{2} n_e v_{th,e} T_e \Big|_{r=r_0} = \left( \frac{1}{3} l_e v_{th,e} \frac{\partial(n_e T_e)}{\partial r} + 2k_e E n_e T_e \right) \Big|_{r=r_0}. \quad (62)$$

Теперь учтём, что  $v_{dr} = |k_e E| \ll v_{th,e}$ :

$$\frac{1}{2} n_e v_{th,e} T_e \Big|_{r=r_0} \approx \left( \frac{1}{3} l_e v_{th,e} T_e \frac{\partial n_e}{\partial r} + \frac{1}{3} l_e v_{th,e} n_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_0}. \quad (63)$$

Приняв во внимание, что в рассматриваемом подходе эффективное граничное условие для концентрации электронов определяется выражением (55), которое при  $R_{new} = 1$  переходит в  $n_e = \frac{2}{3} l_e \partial n_e / \partial r$ , окончательно из (63) получаем:

$$\frac{\partial T_e}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = 0. \quad (64)$$

Введением новых переменных  $\tilde{n}_e = n_e r$ ,  $\tilde{n}_i = n_i r$ ,  $\tilde{T}_e = T_e$  уравнения баланса (36) сводятся к виду, соответствующему плоской задаче. Поэтому граничное условие (64) при переходе к сферической геометрии останется неизменным (см. (46)).

### 3.2.3. Эмиссионные процессы.

Теперь обсудим вопрос о влиянии различных процессов эмиссии электронов с поверхности пылевых частиц (таких как термоэмиссия, полевая эмиссия, ионно-электронная и вторичная электронная эмиссия под действием пучка быстрых электронов) на заряд пылевых частиц [68,70]. Большой частью этих процессов, которые могут привести к изменению граничных условий на поверхности пылевой частицы, можно пренебречь по следующим причинам. Во-первых, для «холодных» пылевых частиц термоэмиссия и полевая эмиссия пренебрежимо малы. Во-вторых, электрическое поле даже около пылевой частицы, где оно максимально, недостаточно для лавинной ионизации газа, а коэффициент ион-электронной эмиссии  $\gamma$  обычно не превышает величины порядка  $10^{-2}$ . Поэтому согласно (54) ион-электронная эмиссия может привести лишь к незначительному изменению граничных условий.

Более подробно остановимся на процессе вторичной электронной эмиссии (ВЭЭ). Длина пробега электронов с энергией 120 кэВ в гелии составляет около 100 см при атмосферном давлении, а в стеклоуглероде -  $L_{e,d} = 90$  мкм. Коэффициент вторичной эмиссии  $\theta$  зависит от свойств и структуры поверхности вещества пылевой частицы, от энергии падающих электронов и угла падения. Для обычных материалов, к которым можно отнести и стеклоуглерод,  $\theta$  достигает максимального значения порядка единицы при энергии электрона несколько сотен эВ [88]. При дальнейшем увеличении энергии электронов коэффициент ВЭЭ плавно уменьшается. Например, в углеводе  $\theta_{max} \approx 1$  при энергии электронов  $E_m \approx 300$  эВ и остается выше 0.9 в диапазоне 150÷600 эВ [88]. При больших энергиях электронов при выполнении условия  $L_{e,d} > 2r_0$ , вторичные электроны могут выбиваться и с противоположной поверхности - ВЭЭ "на прострел", но эта величина также не превышает единицы для обычных материалов [88]. Малость коэффициента ВЭЭ связана с небольшой глубиной выхода образующихся в твердом веществе вторичных электронов.

Вторичные электроны могут выбиваться с поверхности пылевой частицы также наиболее энергичными «вторичными» электронами, образующимися при столкновениях

быстрых электронов пучка с частицами газа. Оценим вклад таких электронов в поток ВЭЭ. Вероятность «вторичному» электрону, рожденному на расстоянии  $r$  от центра пылевой частицы, с энергией  $E_2$  попасть в пылевую частицу равна:

$$p_1 \approx \frac{r_0^2}{4r^2} e^{-r/l}, \quad (65)$$

где  $l = (\sigma_{ion}N)^{-1}$  - длина пробега вторичного электрона, которая при энергиях, значительно превышающих потенциал ионизации, определяется, в основном, сечением ионизации  $\sigma_{ion}$ . Для оценок сверху числа «вторичных» электронов с энергией  $E_2$  имеем выражение:

$$q_2 \approx \eta Q_{ion}/E_2. \quad (66)$$

Окончательно, для скорости выбивания электронов с пылинки «вторичными» электронами получаем:

$$J_2 \approx 4\pi \int_{r_0}^{\infty} p_1 p_2 q_2 r^2 dr \cong \pi r_0^2 l p_2 q_2, \quad (67)$$

где  $p_2$  - вероятность «вторичному» электрону выбить электрон с поверхности пылевой частицы. Сравним полученную скорость со скоростью ВЭЭ от быстрых электронов пучка. Их отношение равно:

$$\zeta = \frac{J_2}{J_{ee}} = \frac{J_2}{4\pi r_0^2 j_{ee}} = \frac{p_2 l \varepsilon}{\theta E_2}, \quad (68)$$

где  $\varepsilon$  - энергия, теряемая электроном на единице длины пути. Проведем оценки для гелия при атмосферном давлении и пылевых частиц из стеклоуглерода для условий эксперимента [59]. Положим  $E_2=100$  эВ,  $p_2=1$  (при меньших значениях  $E_2$  отношение  $p_2/E_2$  быстро падает, а при больших - падает число «вторичных» электронов). Согласно [89], в гелии при нормальных условиях  $\varepsilon \approx 10^3$  эВ/см. При энергии электронов  $\sim 100$  эВ сечение ионизации атомов гелия равно  $\sigma_{ion} \approx 3.7 \times 10^{-17}$  см<sup>2</sup> и, следовательно,  $l = 1.1 \times 10^{-3}$  см. В итоге даже при  $\theta=0.1$  получаем, что  $\zeta=0.1$ , а с увеличением коэффициента ВЭЭ величина  $\zeta$  будет уменьшаться

Проведем оценки степени влияния ВЭЭ на заряд пылевых частиц в пучковой плазме азота. Положим, что  $\theta = 1$ . Тогда поток вторичных электронов с поверхности пылинки под действием пучка быстрых электронов с плотностью тока  $j_b$  определяется выражением:

$$J_{ee} = \frac{j_b}{e} \theta \cdot \pi r_0^2. \quad (69)$$

Как отмечалось в [68], в стационаре поток ионов на пылинку почти равен ланжевенскому потоку:

$$J_{i0} = 4\pi e k_i q n_{i0} = \beta_{id} q \sqrt{Q_{ion} / \beta_{ei}}. \quad (70)$$

Из (69) и (70) можно определить значение заряда пылевой частицы, при котором ток ВЭЭ сравняется с током ионов:

$$q_e = \frac{j_b}{e} \frac{\theta \pi r_0^2}{\beta_{id} \sqrt{Q_{ion} / \beta_{ei}}} \propto Q_{ion}^{1/2} r_0^2. \quad (71)$$

Оценим  $q_e$  для пылевых частиц радиусом 12 мкм при плотности тока пучка  $j_b = 90$  мкА/см<sup>2</sup> ( $Q_{ion} = 1.5 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>с<sup>-1</sup> [89] при концентрации молекул азота  $N = 2.5 \times 10^{19}$  см<sup>-3</sup>). В азоте при атмосферном давлении основным сортом ионов является ион  $N_4^+$ , подвижность которого при комнатной температуре равна 2.3 см<sup>2</sup>/В·с [90]. Тогда с  $\theta = 1$  при  $Q_{ion} = 1.5 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>с<sup>-1</sup> получим оценку сверху на граничное значение заряда  $q_e \approx 1850$ . Из приведенных ниже результатов численного моделирования видно, что при такой скорости ионизации газа заряд пылинки оказывается на порядок больше полученной величины, поэтому мы можем сделать вывод, что ВЭЭ с учетом зависимости  $q_e$  от скорости ионизации (71) при  $Q_{ion} < 10^{18}$  см<sup>-3</sup>с<sup>-1</sup> и  $r_0 < 50$  мкм можно пренебречь.

Учет вторичной электронной эмиссии (ВЭЭ) под действием электронов пучка приводит к незначительной модификации вида граничного условия для концентрации электронов слева:

$$\left[ n_e - \gamma_e \frac{l_e}{r} \frac{\partial(n_e r)}{\partial r} \right]_{r=r_0} = \frac{4j_{ee}}{v_{th,e}}, \quad (72)$$

где  $j_{ee} = \theta \cdot j_b / 4e$  - плотность потока ВЭЭ,  $j_b$  - плотность тока пучка быстрых электронов.

### 3.3. Упрощенная теория зарядки.

В [8,9] была построена упрощенная теория зарядки пылевых частиц, которая явилась развитием [3,4]. В [8,9] полагалось, что

- потоки электронов и ионов не зависят от радиальной координаты;
- электрическое поле пылинки является кулоновским;
- усредненные по радиусу концентрации электронов и ионов равны их значениям вдали от пылевой частицы.

(Первые два предположения использовались и в [3,4]). Тогда для определения трех неизвестных величин: заряда пылевых частиц  $q$ , концентрации электронов  $N_{e0}$  и ионов  $N_{p0}$  вдали от пылевой частицы имеем систему уравнений [91]:

$$\begin{aligned} N_{p0} &= N_{e0} - qn_d, \\ Q_{ion} &= \beta_{ei} N_{e0} N_{p0} - q\beta_{id} \cdot n_d N_{p0}, \\ \frac{N_{e0}}{N_{p0}} &= \frac{k_+}{k_e} \cdot \frac{1 - \exp(-qe^2 / r_0 T_e)}{\exp(qe^2 / r_0 T_+) - 1}, \end{aligned} \quad (73)$$

где  $\beta_{id}$  - эффективный коэффициент рекомбинации ионов и отрицательного заряда пылевых частиц, который определяется выражением:

$$\beta_{id} = \frac{4\pi e k_+}{1 - \exp(qe^2 / r_0 T_+)}. \quad (74)$$

Первое уравнение системы (73) является следствием условия квазинейтральности плазмы, второе - уравнение баланса скоростей рождения и гибели положительных ионов с учетом их ухода на пылевую частицу. Третье уравнение получено из равенства потоков электронов и ионов на пылинку в стационаре. Из (73) легко видеть, что зависимость  $N_{p0}$  и  $N_{e0}$  от параметров пылевой компоненты плазмы определяется отношением  $q/r_0$ . Поэтому, согласно первому уравнению (73), само отношение  $q/r_0$  является функцией произведения  $\xi = n_d r_0$ . В связи с этим имеют место следующие соотношения подобия [91,92]:

$$N_{e0} = f_1(\xi, Q_{ion}), \quad N_{p0} = f_2(\xi, Q_{ion}), \quad q/r_0 = f_3(\xi, Q_{ion}). \quad (75)$$

В [91,93] было установлено, что решения системы уравнений (73) подчиняются более общим соотношениям подобия:

$$q/r_0 = f_4(\sqrt{Q_{ion}} / \xi), \quad N_{e0} = \sqrt{Q_{ion}} \cdot f_5(\sqrt{Q_{ion}} / \xi), \quad N_{p0} = \sqrt{Q_{ion}} \cdot f_6(\sqrt{Q_{ion}} / \xi), \quad (76)$$

но как было показано в [68,69], ближе к результатам точных расчетов оказываются соотношения подобия (75).

Система (73) имеет простые решения в двух случаях: 1) когда концентрации электронов и ионов вдали от пылевой частицы практически одинаковы и 2) когда концентрация электронов пренебрежимо мала. В первом случае, который имеет место при

низкой концентрации пыли, концентрации заряженных частиц вдали определяются только внешним источником ионизации:

$$N_{e0} \approx N_{p0} \approx \sqrt{Q_{ion} / \beta_{ei}}. \quad (77)$$

Это имеет место, когда концентрация пылевых частиц удовлетворяет условию:

$$n_d \ll n_{d0} = \frac{e^2}{T_e r_0 \cdot \ln(k_e / k_+)} \sqrt{Q_{ion} / \beta_{ei}}. \quad (78)$$

Подставив равенство (77) в третье уравнение системы (73) и используя наиболее часто встречающиеся в плазменных условиях соотношения  $T_e \gg T_+$ ,  $k_e \gg k_+$ , в [8,9,91] получено (см. также [3,4]):

$$q = -\frac{T_e r_0}{e^2} \cdot \ln\left(1 + \frac{k_e}{k_+}\right), \quad (79)$$

(если  $T_e = T_+$ , то под знаком логарифма исчезнет единица). Выражение (79) напоминает выражение (17), также справедливое в пределе низкой концентрации пылевых части. Видно, что в режиме сплошной среды заряд определяется дрейфовым движением заряженных частиц, а не тепловым, как в ПОО.

Во втором случае низкой концентрации электронов, который реализуется при высокой концентрации пыли, а именно, при выполнении условия  $n_d \gg n_{d0}$ , система (73) сводится к системе из двух уравнений:

$$\begin{aligned} N_{p0} + qn_d &= 0, \\ Q_{ion} - \beta_{id} N_{p0}^2 &= 0. \end{aligned} \quad (80)$$

Уравнения (80) имеют простые решения в пределе малых и больших размеров пылевых частиц [8,9]. В случае малых размеров пылевых частиц при выполнении условия

$$r_0 \ll \frac{|q|e^2}{T_+}, \quad (81)$$

на больших расстояниях в выражении для тока ионов преобладает дрейфовый член. В этом случае для эффективного коэффициента рекомбинации ионов на пылевых частицах из (74) следует:

$$\beta_{id} = \beta_{id0} = 4\pi e k_+ \quad (82)$$

(для ионов  $\text{Xe}_2^+$  в ксеноне при атмосферном давлении коэффициент  $\beta_{id0} \approx 1 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}$  сравним с коэффициентом диссоциативной электрон-ионной рекомбинации). Такой же вид имеет выражение для коэффициента рекомбинации отрицательных и положительных ионов в теории Ланжевена [94] (подвижность пылевых частиц из-за огромной по атомным меркам массы пренебрежимо мала по сравнению с подвижностями ионов). В этом случае эффективный коэффициент рекомбинации не зависит от заряда частицы пыли и решение системы (80) имеет вид [8,9]:

$$q = -N_{p0}/n_d, \quad N_{p0} = \sqrt{Q_{ion}/4\pi e k_+}. \quad (83)$$

Решение (83) справедливо для пылевых частиц, радиус которых удовлетворяет условию:

$$r_0 \ll \frac{e^2}{T_+} \cdot \frac{N_{p0}}{n_d}. \quad (84)$$

В случае «больших» размеров пылевых частиц или малости их заряда (что будет иметь место, например, при низких скоростях ионизации), когда

$$r_0 \gg \frac{|q|e^2}{T_+}, \quad (85)$$

ток ионов на всех расстояниях определяется диффузионной составляющей и выражение для потока ионов переходит в формулу Смолуховского [94]:

$$I_+ = 4\pi e r_0 D_+ N_{p0}. \quad (86)$$

В этом случае система (80) имеет решение [8,9]:

$$q = -\frac{eQ_{ion}}{4\pi r_0 k_+ T_+ n_d^2}, \quad N_{p0} = \frac{eQ_{ion}}{4\pi r_0 k_+ T_+ n_d}. \quad (87)$$

Решение (87) справедливо при скорости ионизации и концентрации пылевых частиц, удовлетворяющих условиям:

$$Q_{ion} \ll 4\pi e k_+ \left( \frac{r_0 T_+}{e^2} \cdot n_d \right)^2, \quad n_d \ll n_{d0} = \frac{e^2}{T_e r_0 \cdot \ln(k_e/k_+)} \sqrt{Q_{ion}/\beta_{ei}}. \quad (88)$$

В [69] построено аналогичное приближенное решение для электроотрицательных газов или их смесей при тех же предположениях, что и для электроположительного газа. При построении упрощенной теории в [69] предполагалось, что выполнено соотношение (81). Для частиц микронного размера при комнатной температуре ионов это соотношение выполняется, если  $|q| \gg 20$ . Тогда, при выполнении условия  $T_e \gg T_+$ , для определения заряда и концентраций заряженных частиц вдали от пылевой частицы можно получить систему уравнений [69]:

$$\begin{aligned} N_{p0} + qn_d - N_{e0} - N_{n0} &= 0, \\ Q_{ion} - \beta_{ei} N_{e0} N_{p0} - \beta_{ii} N_{n0} N_{p0} + 4\pi e k_+ \cdot qn_d N_{p0} &= 0, \\ Q_{ion} - \beta_{ei} N_{e0} N_{p0} - \alpha N_{e0} - qn_d N_{e0} \cdot \frac{4\pi e k_e}{1 - \exp(-qe^2/r_0 T_e)} &= 0, \\ q = -\frac{T_e r_0}{e^2} \cdot \ln \left( 1 + \frac{k_e N_{e0}}{k_+ N_{p0}} \right). \end{aligned} \quad (89)$$

Здесь первое уравнение выражает закон сохранения заряда, второе - уравнение баланса положительных ионов с учетом их ухода на пылевые частицы, третье - уравнение баланса электронов, также с учетом ухода на пылинки. А четвертое уравнение есть следствие равенства нулю суммарного тока заряженных частиц в установившемся режиме при малости дрейфового тока отрицательных ионов по сравнению с электронным. Поэтому главным условием справедливости системы (89) является выполнение условия  $k_- N_{n0} \ll k_e N_{e0}$ , которое можно привести к виду:

$$Q_{ion} \gg \frac{1}{\beta_{ii}} \left( \frac{k_- \alpha}{k_e} \right)^2 \quad (90)$$

При выполнении условия (90) зарядка пылевых частиц будет осуществляться, в основном, электронами. Возможность этого в [3,4] не рассматривалась. Решения системы (89) подчиняются следующим соотношениям подобия [69]:

$$N_{e0} = f_7(n_d r_0, Q_{ion}), \quad N_{p0} = f_8(n_d r_0, Q_{ion}), \quad N_{n0} = f_9(n_d r_0, Q_{ion}), \quad \frac{q}{r_0} = f_{10}(n_d r_0, Q_{ion}). \quad (91)$$

Система (89) имеет простое решение в случае низких концентраций пылевых частиц, когда вдали от пылевой частицы концентрация как ионов, так и электронов слабо возмущаются присутствием пылинки. Тогда заряд пылинки определяется выражением [69]:

$$q = -\frac{T_e r_0}{e^2} \cdot \ln \left( 1 + \frac{k_e}{k_+} \frac{\sqrt{\beta_{ii} Q_{ion}}}{\alpha} \right). \quad (92)$$

В равновесной плазме, когда  $T_e = T_+ = T_e = T$ , четвертое уравнение системы (89) заменится на следующее [69]:

$$q = -\frac{Tr_0}{e^2} \cdot \ln\left(\frac{k_e N_{e0} + k_- N_{n0}}{k_+ N_{p0}}\right). \quad (93)$$

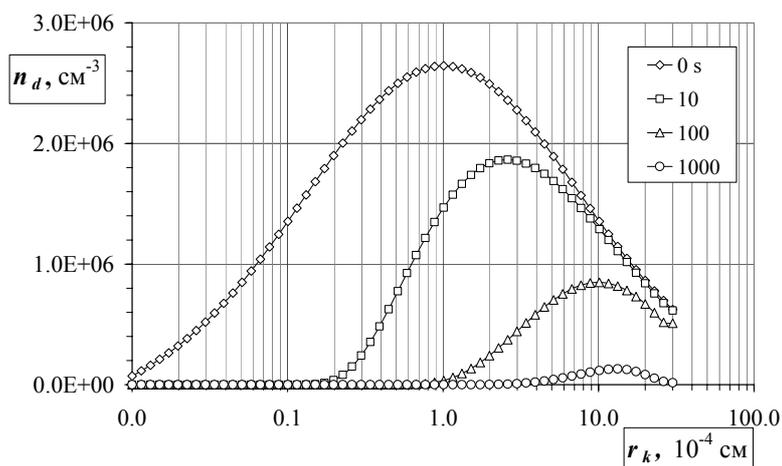
Тогда в случае малой концентрации пыли для определения заряда можно получить выражение [69]:

$$q = -\frac{Tr_0}{e^2} \cdot \ln\left(\frac{k_-}{k_+} + \frac{k_e}{k_+} \frac{\sqrt{\beta_{ii} Q_{ion}}}{\alpha}\right). \quad (94)$$

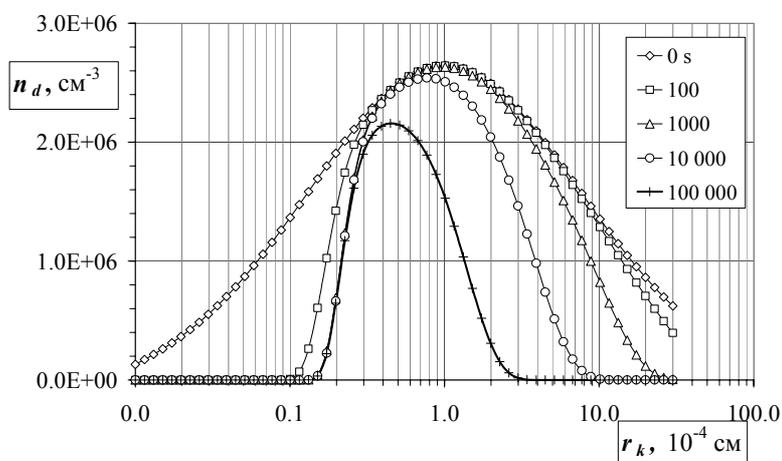
При малых скоростях ионизации газа, когда второй член под логарифмом мал, (94) переходит в выражение для определения заряда пылинок, приведенное в [3,4].

### 3.4. Коагуляция пылевых частиц.

На основе упрощенной зарядки пылевых частиц в работах [91,92] были рассмотрены процессы коагуляции пылевых частиц в области справедливости формулы (79) для определения заряда, т.е. при выполнении условия (78). Потенциал взаимодействия пылевых частиц полагался дебаевским. Рассмотрение проводилось для ксенона при атмосферном давлении.



(a)



(б)

Рис.2. Динамика изменения широкого распределения частиц по размерам в незаряженном полидисперсном аэрозоле (а) и в пылевой плазме (б) со средним радиусом пылевых частиц 1 мкм.

Результаты расчетов функции распределения пылевых частиц по размеру приведены на рис.2а,б-4а,б. Для сравнения даны графики  $n_d(r_k, t)$ ,  $[k=1,60]$  незаряженного аэрозоля в различные моменты времени (рис.2а-4а). В качестве исходного на рис.2а,б выбрано довольно широкое нормально-логарифмическое распределение частиц по размерам со стандартным геометрическим отклонением, равным двум и средним радиусом  $\langle r_k \rangle = 10^{-4}$  см (исходная полная концентрация пылевых частиц равна  $10^8 \text{ см}^{-3}$ ). Расчеты проведены для плазмы с дебаевским радиусом  $R_d = 8.4 \times 10^{-4}$  см и плавающим потенциалом 0.15 В. Интервал изменения размеров частиц задан от  $r_{min}=10^{-6}$  см до  $r_{max}=3 \times 10^{-3}$  см. Как и следовало ожидать для незаряженного аэрозоля (рис.2а), на начальном этапе концентрация частиц быстро падает, а их средний размер растет. На рис.2б представлены кривые, описывающие распределение одноименно заряженных частиц в пылевой плазме.

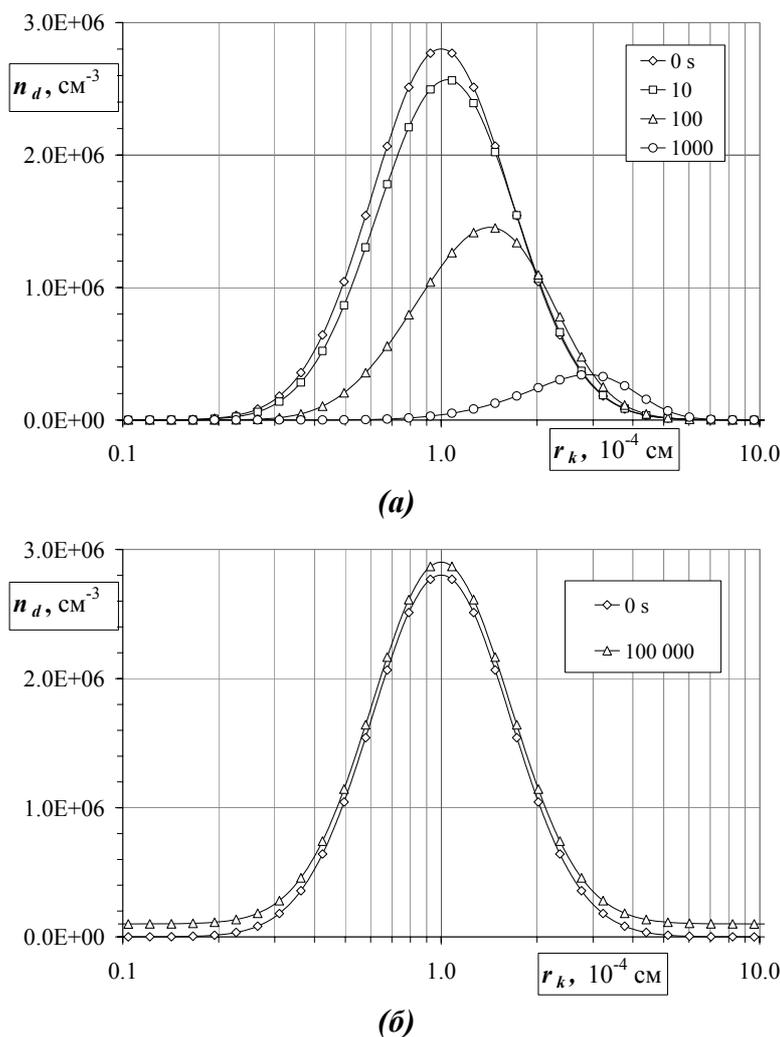
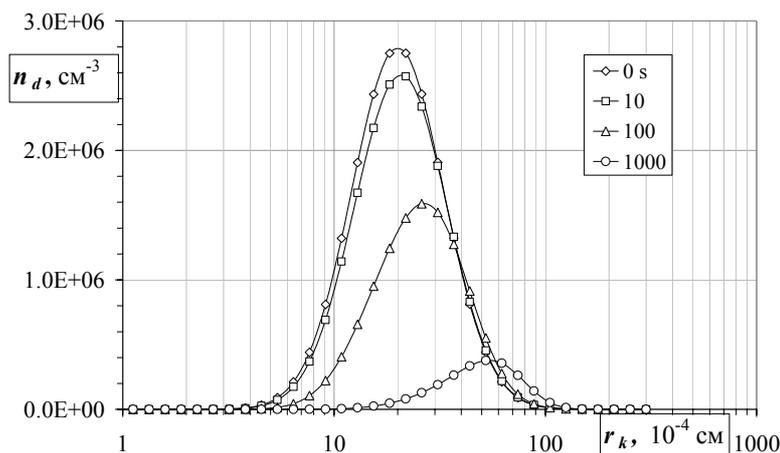


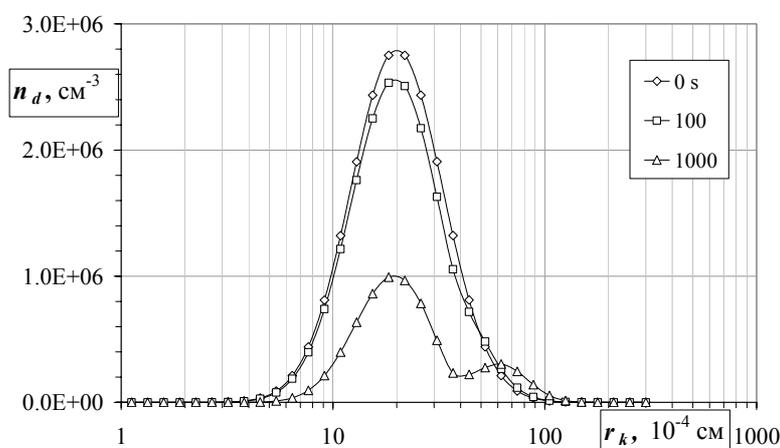
Рис.3. Динамика изменения узкого распределения частиц по размерам в незаряженном полидисперсном аэрозоле (а) и в пылевой плазме (б) со средним радиусом пылевых частиц 1 мкм. Функции распределения для  $t = 0$  с и для  $t = 10^5$  с практически совпадают, поэтому последняя кривая сдвинута вверх для удобства представления.

Сравнение рис.2а и 2б показывает, что зарядка частиц приводит к общему торможению процесса коагуляции. Вместе с тем качественно меняется и характер поведения функции распределения. В начальный период времени интенсивно выедается мелкая фракция, испытывающая существенно меньшее торможение коагуляции по сравнению с более крупными частицами. За счет этого, по-видимому, появляются кластеры со структурой типа “цветной капусты”, состоящие из множества мелких частиц.

Столкновения более крупных частиц между собой затруднены возникающим кулоновским барьером. В своем движении в сторону увеличения размера частиц функция распределения как бы “наталкивается” на кулоновский барьер. Однако для частиц с размерами, сравнимыми или превышающими дебаевский радиус, эффект электростатического отталкивания снижается и их коагуляция оказывается вполне вероятной. Распределение сужается и его дисперсия уменьшается. Определенную роль в этом играет и осаждение более крупных частиц. Кроме того, по форме распределение становится более похожим на нормальное. Еще одной интересной особенностью поведения функции распределения в рассматриваемых условиях является возможность уменьшения среднего размера частиц с течением времени.



(a)



(б)

Рис.4. Динамика изменения узкого распределения частиц по размерам в незаряженном полидисперсном аэрозоле (a) и в пылевой плазме (б) со средним радиусом пылевых частиц 20 мкм.

Выше дан анализ поведения распределения частиц по размерам со сравнительно широкой дисперсией. Если в качестве исходной принять достаточно узкую функцию распределения с  $\langle r_k \rangle < R_d$  и исключить осаждение, связанное, в основном, с контактом со стенками и гравитацией, то сильно заряженный аэрозоль сможет существовать на протяжении длительного времени без ощутимых изменений концентрации частиц. Для иллюстрации этого утверждения на рис. 3а,б приведены распределения частиц по размерам в различные моменты времени с  $\langle r_k \rangle = 10^{-4}$  см, существенно меньшим дебаевского радиуса ( $R_d = 8.45 \times 10^{-4}$  см). Здесь и ниже стандартное геометрическое отклонение исходных распределений принимали равным 0.5, а интервал изменения

размеров частиц [ $r_{min}=10^{-6}$  см,  $r_{max}=3 \times 10^{-2}$  см]. Рис.3а соответствует незаряженному, а рис.3б - заряженному аэрозолю при отсутствии осаждения. Расчеты показывают, что в пылевой плазме (рис.3б) заметные изменения в форме распределения отсутствуют для промежутков времени вплоть до  $10^7$  с. Что касается незаряженного аэрозоля, то его концентрация падает за счет коагуляции на порядки величины за время  $\sim 10^3$  с (рис.3а). На рис.4а,б приведены графики распределений частиц по размерам с  $\langle r_k \rangle = 2 \times 10^{-3}$  см в незаряженном аэрозоле (рис.4а) и в пылевой плазме с  $R_d = 8.45 \times 10^{-4}$  см (рис.4б). В этом случае  $\langle r_k \rangle > R_d$  и влияние заряжения на скорость коагуляции пылевых частиц оказывается не столь значительным по сравнению с предыдущим. Вместе с тем обращает на себя внимание, что в отсутствии осаждения в процессе коагуляции в области более крупных размеров на графике  $n_d(r_k)$  возникает дополнительный максимум (рис.4б).

Таким образом, поведение распределения частиц по размерам в пылевой плазме аномально и обладает рядом интересных особенностей, которые могут привести к некоторым необычным физическим явлениям, например, левитации долгоживущей “квазижидкой” пылевой структуры в электростатической ловушке. Время существования незаряженного аэрозоля с концентрацией частиц более  $10^9$  см $^{-3}$  весьма ограничено и его свойства, по-видимому, практически не исследованы. Поэтому создание стабильного аэрозоля со столь высокой плотностью частиц представляет не только прикладной, но и чисто научный интерес.

### 3.5. Численные методы решения полной одномерной задачи о зарядке пылевых частиц.

В упрощенной теории зарядки пылевых частиц сделано много физически неочевидных допущений, поэтому эта теория нуждается в проверке. К тому же в рамках этой теории практически невозможно разумным путем учесть зависимость электронных параметров от поля. Но, несмотря на эти недостатки, ценность полученных в рамках приближенной теории результатов заключается в возможности проследить зависимость заряда пылевой частицы от параметров плазмы и в возможности пересчета заряда, полученных для определенных значений  $n_d$ ,  $r_0$  и  $Q_{ion}$  к другим, используя соотношения подобия и формулы (79,92,94).

#### 3.5.1. Метод релаксации.

В работах [69,93] был рассмотрен метод решения стационарной краевой задачи в электроположительном газе. В стационарном случае система уравнений (24-29) для двухкомпонентной плазмы, введением новой переменной

$$\zeta = \partial n_+ / \partial r, \quad (95)$$

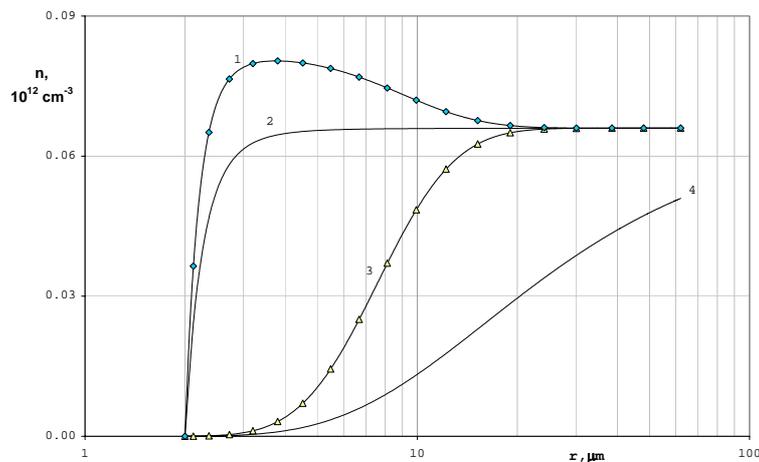
легко преобразуется в систему дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e}{\partial r} &= \frac{1}{D_e} [D_+ \zeta - (n_e k_e + n_+ k_+) E], \\ \frac{\partial n_+}{\partial r} &= \zeta, \\ \frac{\partial \zeta}{\partial r} &= -\frac{2\zeta}{r} - \frac{1}{D_+} [Q_{ion} + k_{ion} n_e N - (\beta_{ei} - \beta_{id0}) n_e n_+ - \beta_{id0} n_+^2 - k_+ \zeta E], \\ \frac{\partial E}{\partial r} &= -\frac{2E}{r} + 4\pi e (n_+ - n_e), \end{aligned} \quad (96)$$

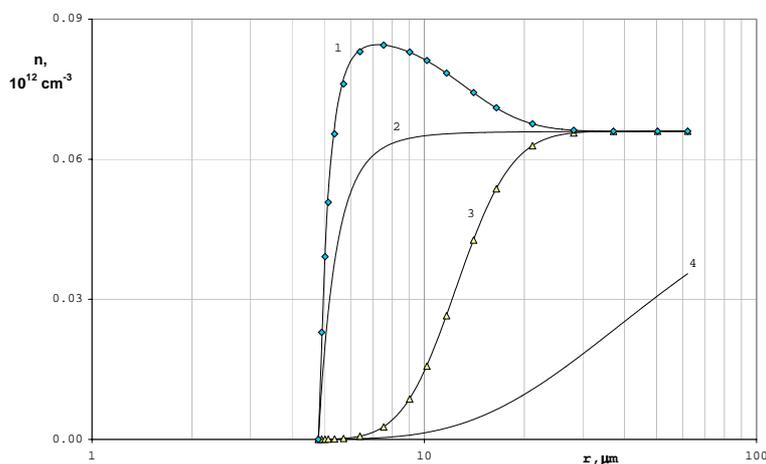
где  $\beta_{id0} = 4\pi e k_+$ . Граничные условия для системы (96) запишутся в виде:

$$n_e|_{r=r_0} = 0, \quad n_+|_{r=r_0} = 0, \quad \zeta|_{r=a_d} = 0, \quad E|_{r=a_d} = 0. \quad (97)$$

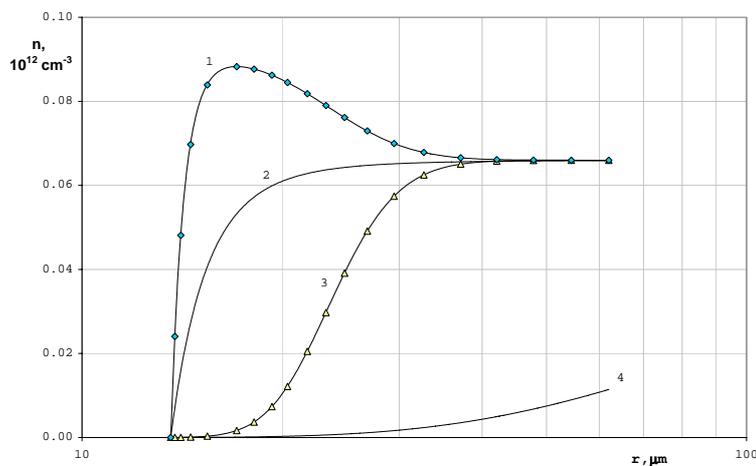
Краевая задача (96,97) решалась методом релаксации, используя набор программ из широко известной библиотеки *Fortran 77 Numerical Recipes*, описанной в [95]. В качестве начального решения использовались результаты решения упрощенной задачи.



(a)



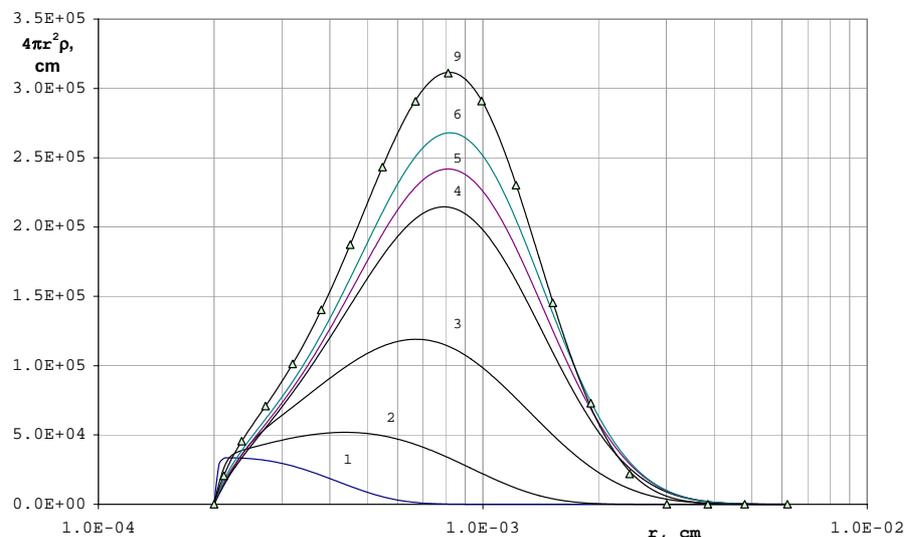
(б)



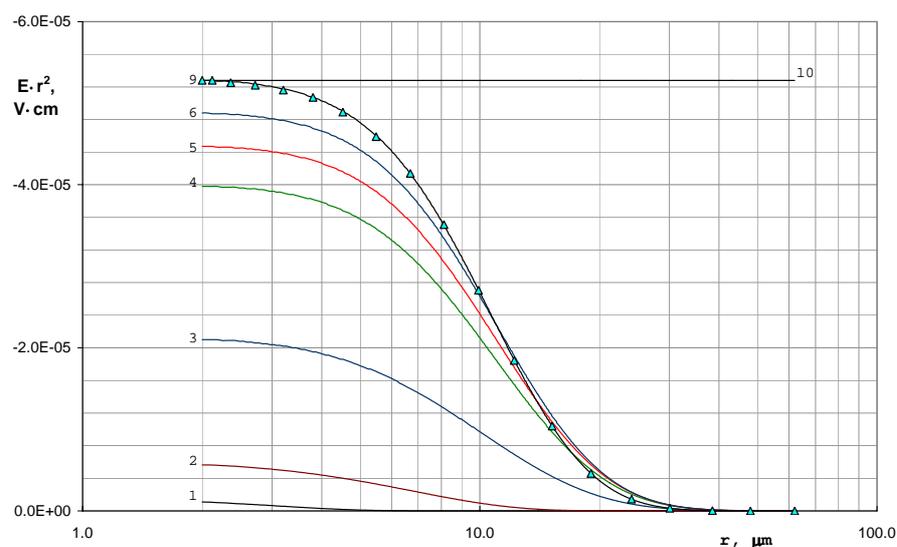
(в)

Рис.5. Установившиеся распределения концентрации положительных ионов (1,2) и электронов (3,4) в ксеноне при  $n_d = 10^6 \text{ см}^{-3}$ ,  $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ . 1,3 – метод установления, число точек сетки  $M = 201$ ; точки - метод релаксации (данные сильно прорежены),  $M = 1001$ ; 2,4 – упрощенная теория зарядки; **a** –  $r_0 = 2 \text{ мкм}$ ; **б** –  $r_0 = 4.8 \text{ мкм}$ ; **в** –  $r_0 = 13.6 \text{ мкм}$ .

На рис.5-6 проводится сравнение результатов, полученных по упрощенной теории и методом релаксации для ксенона при замороженных электронных параметрах. Сравнение приведенных данных показывает, что упрощенная теория плохо передает распределение концентраций и поля, поэтому, в основном, может служить только для оценок заряда пылевых частиц и усредненной концентрации заряженных частиц.



(a)



(б)

Рис.6. Эволюция распределений плотности заряда (a) и напряженности поля (б) в ксеноне при  $n_d = 10^6 \text{ см}^{-3}$ ,  $r_0 = 2 \text{ мкм}$ ,  $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $M = 1001$ .  
 0 –  $t = 0$ ; 1 –  $t = 0.4 \text{ нс}$ ; 2 –  $4 \text{ нс}$ ; 3 –  $0.04 \text{ мкс}$ ; 4 –  $0.4 \text{ мкс}$ ; 5 –  $0.8 \text{ мкс}$ ; 6 –  $1.6 \text{ мкс}$ ; 7 –  $2 \text{ мкс}$ ; 8 –  $4 \text{ мкс}$ ; 9 –  $25 \text{ мкс}$ ; 10 – упрощенная теория зарядки;  $\Delta$  – метод релаксации (данные сильно прорежены).

Расчеты методом релаксации в ксеноне при изменении параметров плазмы (скорости ионизации) и пылевой компоненты (плотности и размера частиц) в широком диапазоне показали [69], что в области справедливости упрощенной теории метод сходится за несколько (обычно меньше чем за 10) итераций, а при выходе за пределы этой области перестает сходиться (из-за плохого начального решения). Поэтому в [69] была разработана программа расчета заряда пылевых частиц конечно-разностным методом.

### 3.5.2. Метод конечных разностей.

Разностная схема для решения нестационарной задачи была построена на основе метода интегральных тождеств [96], обеспечивая, с учетом сферической симметрии задачи, непрерывность сферических потоков:

$$J_a = r^2 \left( n_a k_a E - \frac{\partial(D_a n_a)}{\partial r} \right), \quad (98)$$

где  $J_a = \{J_e, J_+, J_-\}$ ,  $n_a = \{n_e, n_+, n_-\}$ ,  $k_a = \{-k_e, k_+, -k_-\}$ ,  $D_a = \{D_e, D_+, D_-\}$  для электронов, положительных и отрицательных ионов, соответственно. Заряд пылевых частиц определялся численным интегрированием уравнения:

$$\frac{dq}{dt} = -4\pi(J_{+,0} - J_{e,0} - J_{-,0}), \quad (99)$$

где  $J_{a,0}$  – потоки заряженных частиц при  $r = r_0$ . Сравнение найденных интегрированием (99) значений заряда со значениями, определенными из закона сохранения заряда (49) позволяет судить о точности численного решения задачи. Использовалась сгущающаяся к поверхности макрочастицы неравномерная пространственная сетка.

В работах [68,69] интегрирование во времени проводилось как по явной схеме (так называемый метод установления), так и по безусловно устойчивой полуявной схеме Кранка-Николсона второго порядка точности. На каждом временном слое решение системы конечно-разностных уравнений находилось методом матричной прогонки [97], используя метод линеаризации Ньютона-Канторовича.

## 4. Исследования плазмы с конденсированной дисперсной фазой в ксеноне и воздухе.

На рис. 5-6 проводится сравнение результатов численного решения задачи о зарядке пылевой частицы в ядерно-возбуждаемой плазме ксенона методом релаксации и методом установления при независимых от поля электронных параметрах. Расчеты проводились с использованием равномерной сетки по радиальной координате и явной схемы интегрирования, которая далее будет называться методом установления. Параметры задачи выбраны соответствующими условиям экспериментов [34,35].

**Таблица 1.**

**РАСЧЕТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ЗАРЯДА АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ РАЗЛИЧНОГО РАЗМЕРА В КСЕНОНЕ**  
( $n_d = 10^6 \text{ см}^{-3}$ ,  $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ )

$r_0$ , мкм	2.0	4.8	13.6
Расчет по упрощенной теории	-289.8	-695.0	-1964.3
Расчет методом установления ( $M = 201$ )	-361.3	-1106	-5088
Расчет методом релаксации ( $M = 1001$ )	-366.0	-1111.2	-5095.7

Из рис. 5-6 видно, что метод релаксации и метод установления приводят к практически совпадающим результатам. В табл. 1 приводятся значения заряда, полученных на основе упрощенной теории, методами установления и релаксации для частиц различного размера. Табл. 1 показывает, что методы на основе полной модели зарядки дают практически совпадающие значения заряда, а простая теория приводит к заниженным значениям, причем расхождение растет по мере роста радиуса частиц (при постоянной плотности пыли). Обратим также внимание на распределение ионов с горбом

(рис. 5), который в результатах приближенной теории отсутствует (этот вопрос подробно будет рассмотрен ниже).

**Таблица 2.**

**РАСЧЕТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ЗАРЯДА АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ РАЗЛИЧНОГО РАЗМЕРА В ВОЗДУХЕ**

( $n_d = 10^5 \text{ см}^{-3}$ ,  $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$ ,  $M = 201$  – неравномерная сетка).

$r_0$ , мкм		1.0	2.0	2.4	4.8	6.8	13.6	
Расчет по упрощенной теории		-84.4	-168.7	-202.5	-404.9	-573.6	-1147	
Расчет конечно-разностным методом	Постоянные параметры	-92.3	-206.3	-257.3	-624.4	-1069	-2807	
	Зависящие от поля электронные параметры	$q$	-492.7	-937.2	-1116	-2282	-3380	-8045
		$ q /r_0$	493	469	465	475	497	591
		$\eta \cdot 10^3$	1.156	2.140	2.532	5.055	7.349	17.18
	$\xi$	0.872	0.850	0.845	0.824	0.819	0.805	

Результаты расчета процесса зарядки пылевых частиц в воздухе методом установления при замороженных электронных параметрах приведены на рис. 7. Обращает на себя внимание почти сравнимое со случаем ксенона – электроположительного газа, значение заряда в воздухе (см. также табл. 2). Обсудим этот вопрос здесь более подробно.

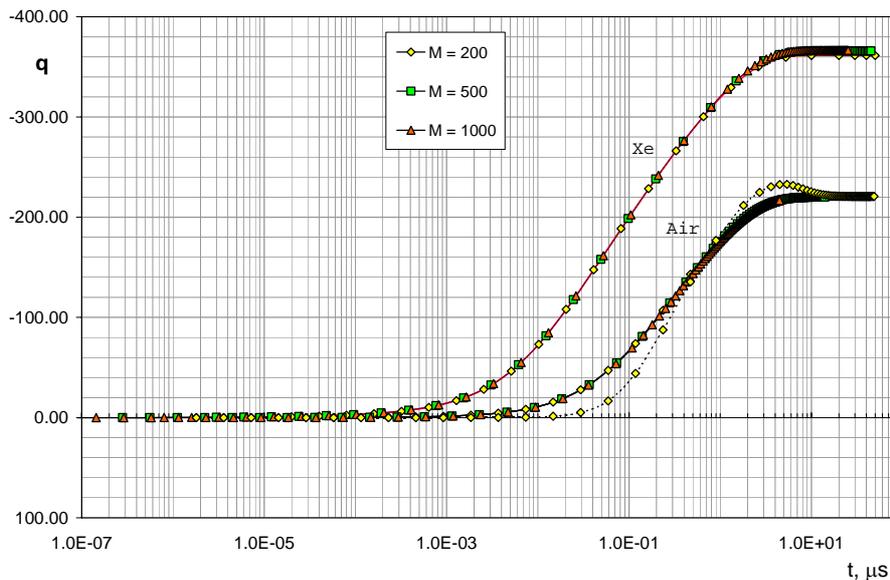


Рис. 7. Зависимость заряда микрочастицы от времени в ядерно-возбуждаемой плазме ксенона и воздуха при  $n_d = 10^6 \text{ см}^{-3}$ ,  $r_0 = 2 \text{ мкм}$ ,  $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$  при числе точек разностной схемы 200, 500 и 1000 точек.

Штриховая кривая относится к случаю, когда в качестве начальных условий заданы нулевые концентрации, что соответствует мгновенному включению источника ионизации.

Изучение зависимостей потоков заряженных частиц от радиуса показало, что поток отрицательных ионов в любой точке расчетной области и в любой момент времени пренебрежимо мал по сравнению с потоком электронов или положительных ионов. Напомним, что это как раз является главным условием применимости приближенной теории зарядки пылевых частиц в электроотрицательных газах. Поэтому зарядка пылевых частиц в воздухе осуществляется электронами. Это обусловлено тем, что в окрестности пылевой частицы основным процессом гибели электронов является диффузионный уход

на частицу, а не прилипание к молекулам кислорода. Следствием этого, а не ухода на пылевую частицу, является более сильный спад концентрации отрицательных ионов в этой области по сравнению с концентрацией положительных ионов.

Также были проведены расчеты процесса зарядки пылевых частиц в воздухе с зависящими от электрического поля электронными параметрами [69]. В табл. 2 приведены установившиеся значения заряда для этого случая и для случая замороженных электронных параметров для частиц различного размера. Из этих данных видно, что учет зависимости электронных параметров от поля приводит к заметному увеличению заряда пылевых частиц.

Приведенные в табл. 2 данные позволяют проверить выполнение соотношений подобия (91). Сразу отметим, что концентрация пылевых частиц оказывается важным параметром только в том случае, когда характерный размер области нарушения квазинейтральности становится больше размера элементарной ячейки. Но в этом случае метод Зейтца – Вигнера вряд ли применим и для этого случая необходимы расчеты, по крайней мере, по двумерной модели. Расчеты при  $Q_{ion} = 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$  показали, что заряд пылевых частиц рассматриваемых здесь размеров при изменении их концентрации на порядок от  $n_d = 10^5 \text{ см}^{-3}$  до  $n_d = 10^6 \text{ см}^{-3}$  практически не меняется. Поэтому заряд пылинок при этих условиях практически не зависит от параметра  $n_d r_0$  и определяющим заряд параметром пылевой компоненты становится радиус пылевых частиц. В табл. 2 приведены отношения заряда к радиусу частицы, из которых видно, что для случая зависящих от поля электронных параметров отношение  $q/r_0$  остается практически постоянным и заметное отклонение от этого наблюдается только при  $r_0 = 13.6 \text{ мкм}$ . Это говорит о приближенном выполнении соотношения подобия (91) для заряда.

Также представляет интерес определение доли положительных ионов, гибнущих за счет рекомбинации на поверхности пылевых частиц, которая определяется выражением:

$$\eta = 4\pi J_{+,0} n_d / Q_{ion}.$$

Из табл. 2 видно, что эта доля растет почти прямо пропорционально с ростом радиуса пылевых частиц, но остается малой величиной. В табл. 2 приведены значения величины

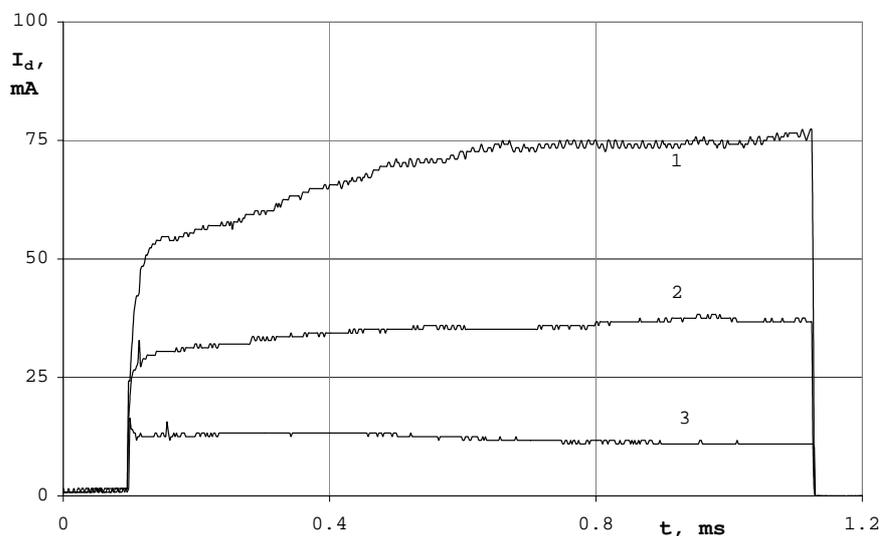
$$\xi = 4\pi J_{+,0} / \beta_{id} q n_{+,M} = J_{+,0} / e k_+ q n_{+,M},$$

отношения полного потока положительных ионов на пылевую частицу к потоку, определяемому теорией Ланжевена. Величина  $\xi$  слабо зависит от радиуса пылевой частицы и при изменении последнего больше чем на порядок изменяется меньше, чем на 10%. Поток ионов на пылевую частицу оказывается незначительно меньше ланжевенского, что является следствием того обстоятельства, что электрическое поле с расстоянием убывает значительно быстрее, чем по закону Кулона.

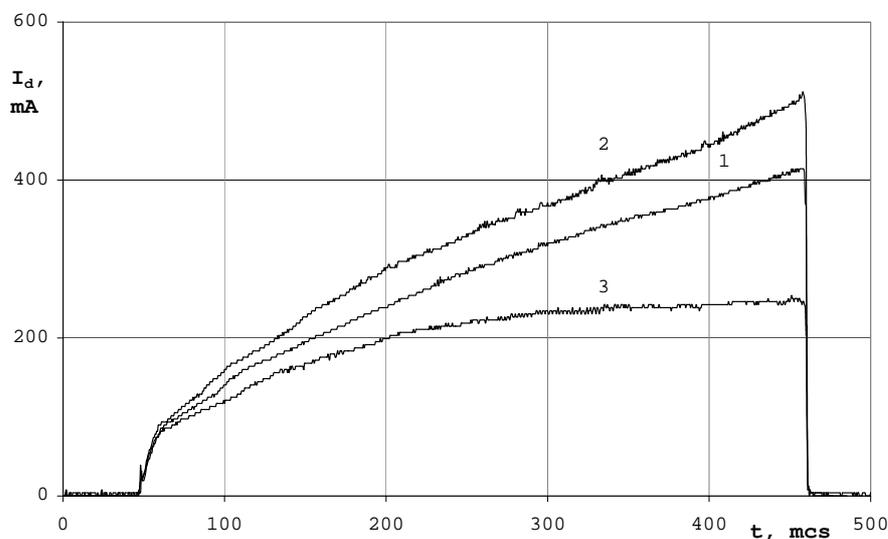
## 5. Исследования плазмы с конденсированной дисперсной фазой в азоте и аргоне при комнатной и криогенной температурах.

Эксперименты проводились в плазме импульсного несамостоятельного разряда в азоте на установке, подробно описанной в [59]. Использовался азот с содержанием примесей не более 0.005%. Как и в [59], в качестве пылевой компоненты использовались сферические шарики из стеклоглерода с диаметром  $(24 \pm 5) \text{ мкм}$ . Несамостоятельный разряд (НР) зажигался при атмосферном давлении. Плотность тока пучка быстрых электронов с энергией 125 кэВ составляла  $90 \text{ мкА/см}^2$ , длина разрядного промежутка – 0.9 см, площадь электродов –  $1 \text{ см}^2$ . Характерные осциллограммы разрядного тока показаны на рис. 8а (гелий) и 8б (азот). При напряжениях на разряде до 800 В, в гелии существует значительный промежуток времени, когда ток разряда практически не меняется (в промежутке времени 400÷1000 мкс после инициирования разряда возможно лишь

увеличение тока на 10 % при нулевой или малых концентрациях макрочастиц  $n_d$ , такое же уменьшение тока при  $n_d > 10^5 \text{ см}^{-3}$ ). В отличие от экспериментов с гелием, квазистационарного режима горения разряда в азоте не наблюдалось (рис. 8б – ток разряда монотонно увеличивается со временем). Поэтому при обработке результатов сравнивались значения тока разряда на 150 мкс, когда можно положить, что формирование катодного слоя завершилось и ток выходит на линейный участок, а также на 400 мкс.



(a)



(б)

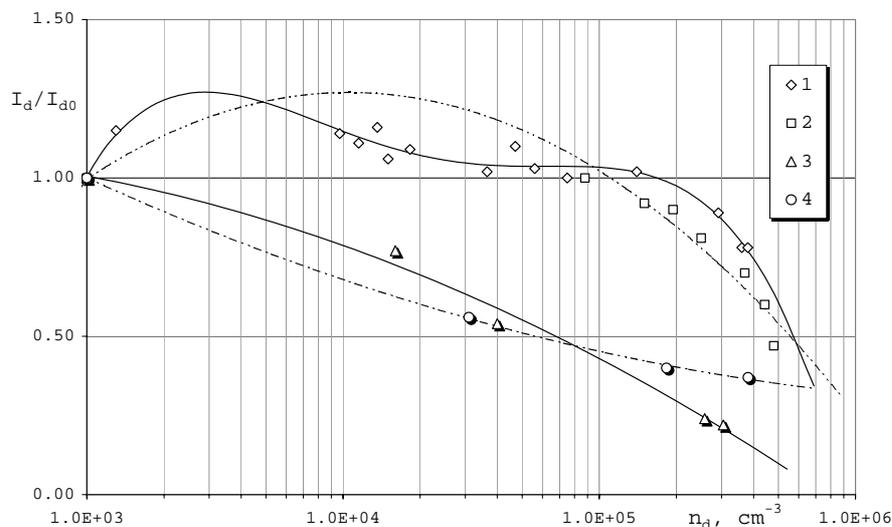
**Рис. 8.** Ток несамостоятельного разряда в гелии (a) и азоте (б) при  $j_b = 90 \text{ мкА/см}^2$  при разных концентрациях макрочастиц.

(a)  $U = 780 \text{ В}$ : 1 –  $n_d = 0$ ; 2 –  $n_d = 3.1 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ ; 3 –  $n_d = 4.8 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$ .

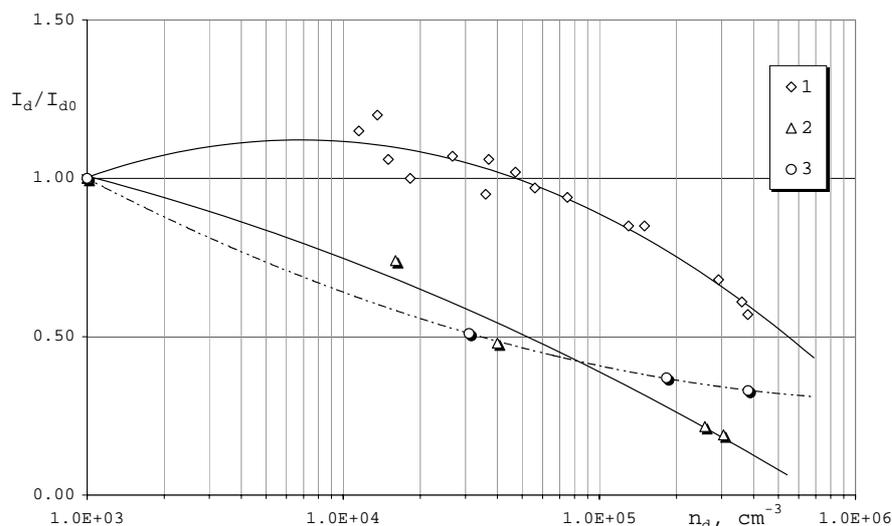
(б)  $U = 2.1 \text{ кВ}$ : 1 –  $n_d = 0$ ; 2 –  $n_d = 1.4 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ ; 3 –  $n_d = 2.8 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$ .

На рис. 9 представлены зависимости разрядного тока в азоте и гелии, приведенного к значению тока НР без макрочастиц, от концентрации пылевых частиц через 150 и 400 мкс после инициирования разряда при разных приложенных напряжениях. В азоте, как и в плазме гелия [59], наблюдается более сильная зависимость при большем электрическом поле. Из рис. 9 видно, что, во-первых, при больших концентрациях макрочастиц

( $n_d > 10^5 \text{ см}^{-3}$ ) уменьшение разрядного тока в азоте менее значительно, чем в гелии. Во-вторых, введение пыли в малых количествах ( $n_d < 10^5 \text{ см}^{-3}$ ) приводит к увеличению разрядного тока в азоте по сравнению со случаем отсутствия пылевой компоненты.



(a)



(б)

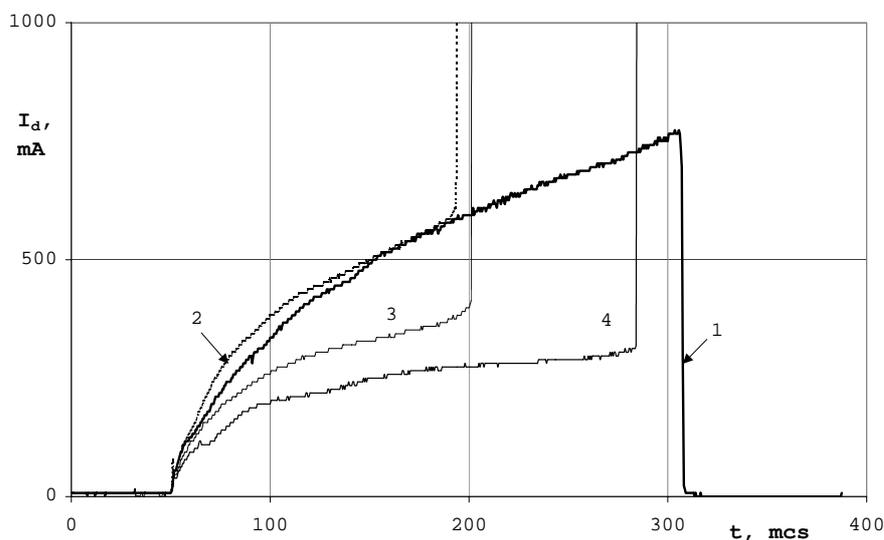
**Рис. 9.** Зависимости от концентрации макрочастиц приведенного к случаю без КДФ тока несамостоятельного разряда в гелии и азоте на 150 (a) и 400 мкс (б) при  $j_b = 90 \text{ мкА/см}^2$ .  
 (a) N<sub>2</sub>: 1 – U = 2.1 кВ; 2 – U = 2.9 кВ; He: 3 – U = 480 В; 4 – U = 780 В.  
 (б) N<sub>2</sub>: 1 – U = 2.1 кВ; He: 2 – U = 480 В; 3 – U = 780 В.

Кривые проведены методом наименьших квадратов с использованием полиномов 2-го порядка, кроме кривой 1 на рис 2а, где использовался полином 4-го порядка.

Особенностью НР в азоте с КДФ является переход в контрагированное состояние при напряжениях, недостаточных для пробоя разрядного промежутка в чистом азоте (рис. 10). Неустойчивость развивалась при всех исследованных концентрациях макрочастиц, при силе тока разряда как большей, так и меньшей, чем в НР без КДФ.

На рис. 11 приведены графики эволюции заряда макрочастиц радиусом 12 мкм при комнатной и криогенной температурах при различных скоростях ионизации газа, а на рис. 12 – зависимости заряда макрочастиц от скорости ионизации газа для частиц разного размера. Из рис. 11 видно, что как величина заряда, так и характерное время установления

заряда зависят от скорости ионизации газа. Расчеты с достаточно мелкими сетками показали, что значения заряда, полученные методом интегрирования суммарного тока (99) на макрочастицу и по формуле (49) отличаются, обычно, начиная только в 3-ем или 4-ом знаке. При переходе к более грубым сеткам в окрестности макрочастицы появляются неустойчивости Гиббса (что проявляется в нерегулярном поведении потоков), которые приводят к тому, что метод интегрирования становится непригодным для определения заряда, а формула (49) при этом дает приемлемой точности значение заряда. Поэтому далее везде приводятся значения заряда, определенные согласно (49).



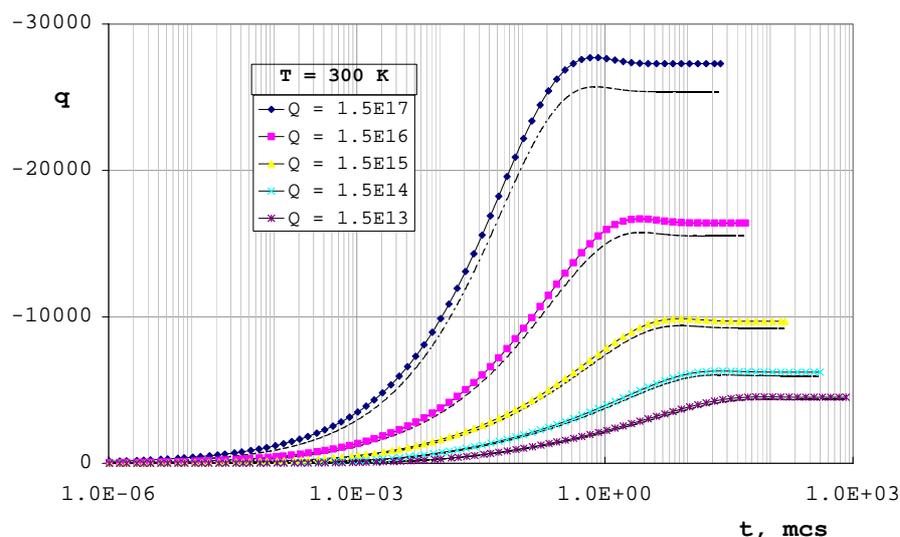
**Рис.10.** Ток несамостоятельного разряда в азоте при  $j_b = 90 \text{ мкА/см}^2$  и  $U = 2.9 \text{ кВ}$  при разных концентрациях макрочастиц:  
 1 –  $n_d = 0$ ; 2 –  $n_d = 8.8 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ ; 3 –  $n_d = 3.6 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$ ; 4 –  $n_d = 4.8 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$ .

Рис. 11 показывает, что при комнатной температуре заряд макрочастицы проходит через максимум, а при криогенной температуре максимум отсутствует – заряд монотонно приближается к установившемуся значению. Такая же картина наблюдается и в аргоне. Из рис. 11,12 также видно, что при криогенной температуре заряд макрочастиц оказывается заметно выше, чем при комнатной температуре. Сравнение данных, полученных с краевыми условиями (46) и (47), показывает их незначительное отличие, что, в принципе, и ожидалось.

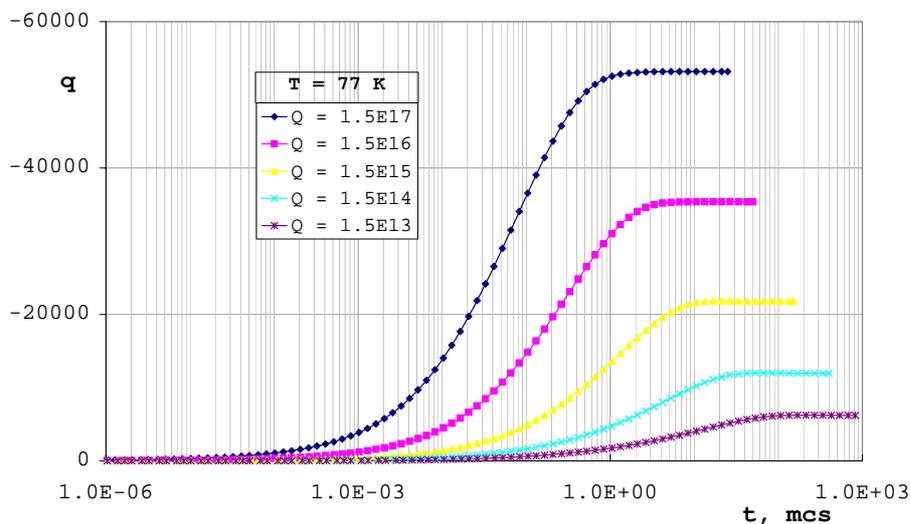
Расчеты показали, что с уменьшением температуры газа в аргоне, в противоположность азоту, заряд макрочастиц заметно уменьшается. Поэтому кулоновский параметр взаимодействия заряженных макрочастиц (1) в азоте с уменьшением температуры значительно возрастает, а в аргоне, наоборот, заметно падает. Это вызвано тем обстоятельством, что подвижность электронов в азоте с уменьшением температуры от 300 К до 77 К увеличивается более чем в три раза, а подвижность ионов – уменьшается с 2.3 до 1.9  $\text{см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$  [90]. А в аргоне с уменьшением температуры газа подвижность электронов падает [98], а подвижность ионов почти не меняется [94,99]. Поэтому в аргоне выигрыш из-за уменьшения знаменателя в (1) с понижением температуры газа подавляется более значительным падением числителя.

В [68] был также рассмотрен процесс зарядки макрочастиц при наличии внешнего электрического поля. В этом случае симметрия задачи снижается до аксиальной и для получения полной картины необходимо двумерное рассмотрение. В [68], следуя работе [100] проведена оценка заряда макрочастиц для такого случая. Макрочастицы в экспериментах [68] были из стеклоуглерода, который является плохим, но проводником, причем его проводимость на 5-6 порядков лучше, чем проводимость пучковой плазмы в

рассматриваемых экспериментах. Поэтому электрическое поле не проникает внутрь макрочастицы и потенциал  $\varphi$  вне неё описывается выражением [101]:



(a)



(б)

**Рис.11.** Графики эволюции заряда пылевых частиц радиусом 12 мкм при различных скоростях ионизации, температуре азота 300 К (а) и 77 К (б),  $n_d = 10^4 \text{ см}^{-3}$ . Пунктирные кривые – расчет с граничными условиями (46).

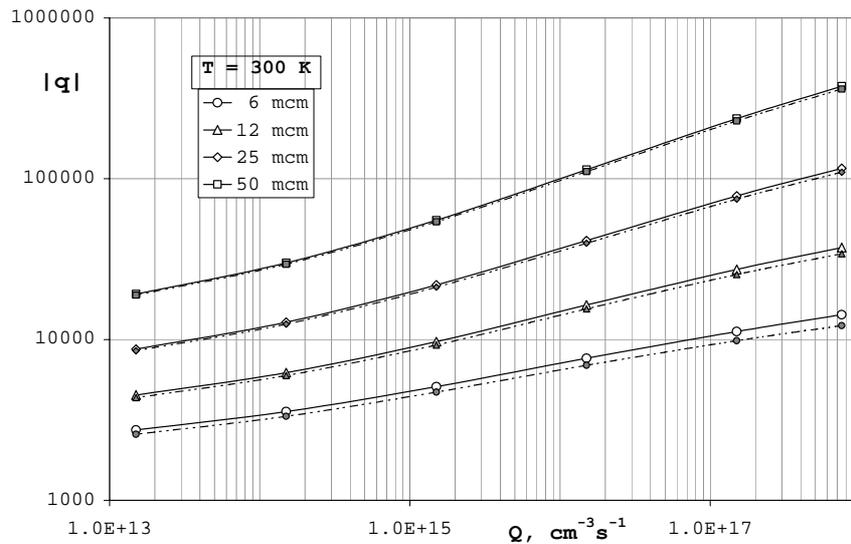
$$\varphi = \frac{qe}{r} - \mathbf{E}\mathbf{r} \left( 1 - \frac{r_0^3}{r^3} \right), \quad (100)$$

где  $\mathbf{E}$  – вектор напряженности внешнего электрического поля,  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор с началом в центре макрочастицы,  $q$  – заряд макрочастицы. За нуль потенциала принят потенциал на поверхности незаряженной макрочастицы. Можно положить, что при выполнении условий (18) заряженные частицы движутся вдоль силовых линий электрического поля, радиальная составляющая которого равна:

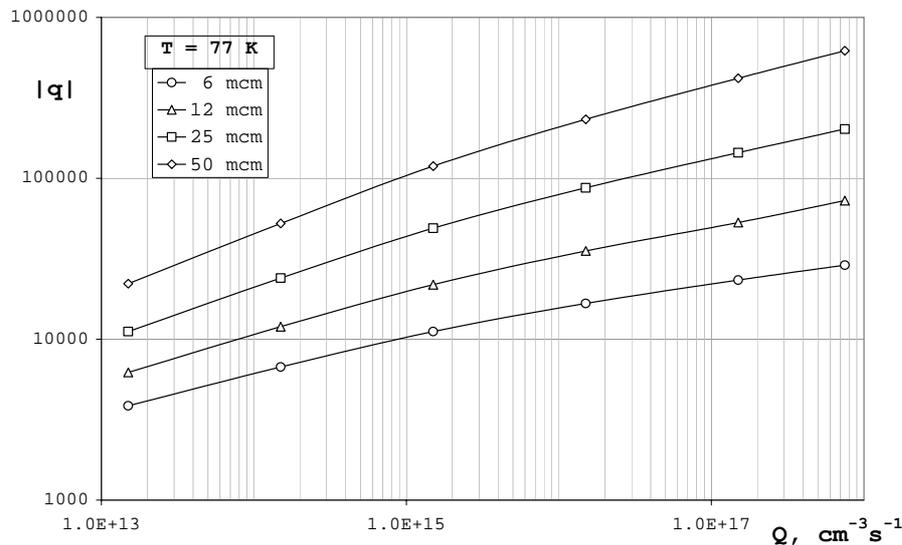
$$E_r = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{qe}{r^2} + E \cos\theta \left( 1 + \frac{2r_0^3}{r^3} \right), \quad (101)$$

где  $\theta$  – угол, отсчитываемый от вектора  $\mathbf{E}$ . В данном подходе игнорируется пространственная структура потенциала и ее влияние на движение, главным образом,

электронов, т.е. данный подход похож на ПОО, в котором также игнорируется структура потенциала.



(а)



(б)

**Рис.12.** Зависимости заряда пылевых частиц различного радиуса от скорости ионизации при  $n_d = 10^4 \text{ см}^{-3}$  для  $T = 300 \text{ К}$  (а) и  $77 \text{ К}$  (б).

Сплошные линии – расчет с нулевыми граничными условиями (47),  
штрих - пунктирные – с граничными условиями (46).

По мере роста отрицательного заряда все меньше электронов и все больше ионов будут попадать на макрочастицу и при некотором заряде потоки электронов и ионов уравниваются друг друга. С учетом того, что  $k_e \gg k_i$  это произойдет при условии, что радиальное поле на поверхности макрочастицы практически везде станет отрицательным. Это приводит к выражению для оценки заряда:

$$eq \approx -3Er_0^2, \quad (102)$$

откуда для частиц радиусом  $r_0 = 12 \text{ мкм}$  при  $E = 3 \text{ кВ/см}$  следует, что  $q \approx -9 \cdot 10^4$ . Эта величина почти в три раза превышает заряд макрочастицы без поля, поэтому и в НР в азоте критическое условие перехода в состояние с упорядоченной пылевой структурой будет выполнено. Рассмотренная здесь модель для оценки заряда пылевых частиц была проверена экспериментально в работе [102], посвященной созданию теории зонда при повышенных давлениях. В этой работе было показано хорошее совпадение

экспериментальных значений тока на зонд с вычисленными по представленной здесь модели. Правда, в [102] пренебрегалось диффузией электронов, благодаря которой пылевые частицы заряжаются отрицательно.

В [68] было проведено обсуждение обнаруженных в эксперименте эффектов влияния КДФ на свойства НР в азоте. На макрочастицах собирается достаточно большой отрицательный заряд и этот заряд может оказывать фокусирующее действие на электроны плазмы (эффект, аналогичный фокусировке отрицательно заряженными частицами дрейфового тока ионов [103]), что приведет к появлению областей повышенного энерговыделения, что, в свою очередь, приведет к увеличению степени колебательного возбуждения азота в этих областях. Как было показано в [104], в азоте переход в контрагированное состояние происходит при достижении волны возбуждения примерно до 15÷16-го колебательного уровня. Поэтому увеличение степени колебательного возбуждения может привести к уменьшению времени устойчивого горения разряда.

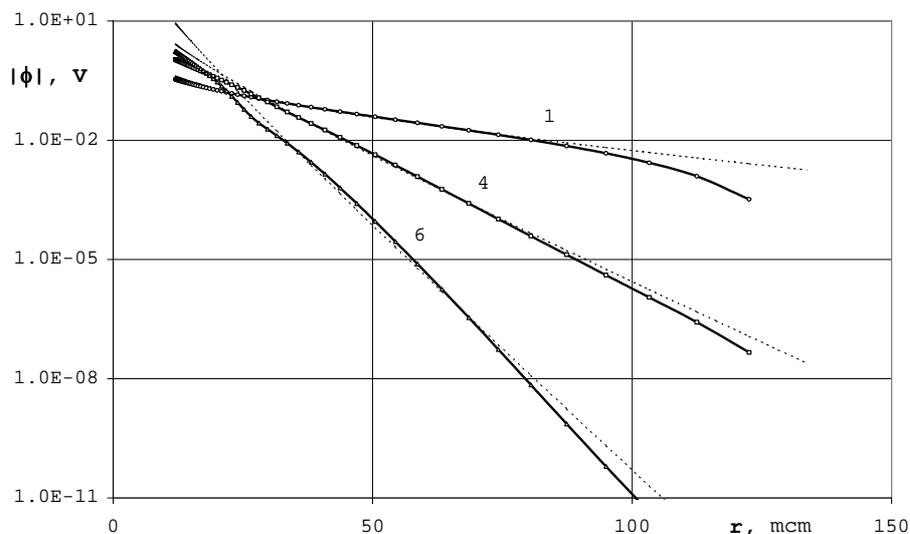
Увеличение степени колебательного возбуждения может привести также и к росту тока разряда при малых концентрациях пылевых частиц. А падение тока НР при больших концентрациях макрочастиц обусловлено тем, что с ростом  $n_d$  растет удельная масса макрочастиц и при  $n_d > 9 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$  становится больше удельной массы азота. Это приводит к увеличению неэффективных потерь энергии быстрых электронов пучка и к уменьшению скорости ионизации газа. Это, естественно, приводит к падению тока разряда.

Большой отрицательный заряд макрочастиц может привести и к другому механизму увеличения тока, а именно, может привести к тому, что макрочастицы, проводимость которых, как отмечалось выше, намного лучше проводимости плазмы, через себя замкнут ток разряда. Для этого необходимо, чтобы на стороне макрочастицы, обращенной к аноду, сформировался мини - катодный слой. Это событие не покажется таким уж невероятным, если обратить внимание на то обстоятельство, что электрическое поле с этой стороны ( $\theta = \pi$ ) сильно усилено (на поверхности макрочастицы в шесть раз!) и для условий, для которых выше были проведены оценки заряда макрочастицы, это поле равно 18 кВ/см, что только в два раза ниже пробойного напряжения азота при атмосферном давлении [105] (определенного, кстати, для плоской геометрии; для сферической геометрии пробойное напряжение может оказаться заметно ниже - вспомним коронный разряд, который зажигается при значительно меньших значениях приведенного поля, чем искровой).

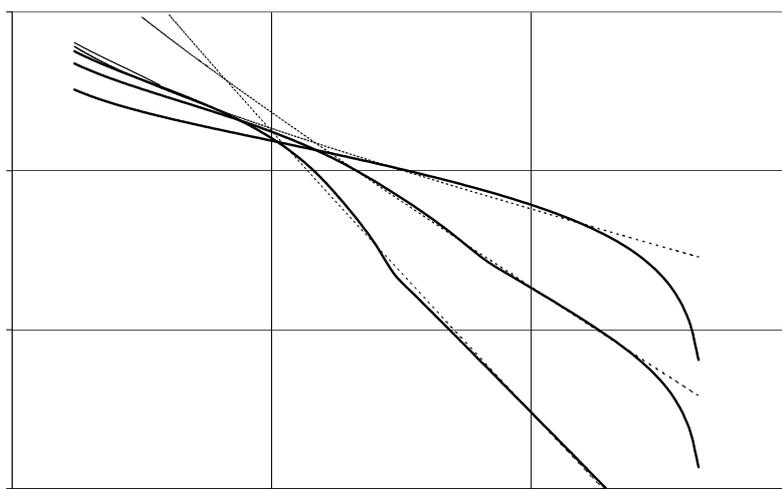
## **6. Исследования потенциала пылевых частиц в азоте при комнатной и криогенной температурах.**

Как отмечалось выше, представляет интерес исследование потенциала пылевых частиц в сильно неидеальных условиях, когда априори неочевидно, что он является дебаевским. Поэтому были проведены расчеты потенциала пылевых частиц при комнатной и криогенной температурах в азоте и последующая аппроксимация их дебаевским потенциалом [70]. На рис. 13 приведены вычисленные потенциалы для частиц радиусом  $r_0=12$  мкм при  $n_d = 10^5 \text{ см}^{-3}$ . Из рис. 13 видно, что при малых скоростях ионизации газа потенциал спадает гораздо медленнее, чем при больших скоростях. Особенно резкое падение потенциала наблюдается при криогенной температуре при больших скоростях ионизации газа. На рис. 13 также приведены кривые, полученные аппроксимацией дебаевским потенциалом методом наименьших квадратов по расчетному потенциалу на средних и больших расстояниях, исключая несколько последних точек у границы ячейки Зейтца-Вигнера. Как видно из рис. 13, расчетные потенциалы на расстояниях  $r = 30 \div 100$  мкм (при данной концентрации пыли) хорошо аппроксимируются дебаевским потенциалом. При подходе к границе ячейки Зейтца-Вигнера расхождение

растет, что обусловлено влиянием граничного условия  $E_{|r=a_d} = 0$  (см. (48)), требующего квазинейтральности ячейки.



(a)



(б)

Рис.13. Радиальное распределение расчетного и аппроксимированного потенциалов пылевой частицы в гетерогенной плазме азота при различных скоростях ионизации газа пучком быстрых электронов для  $r_0=12$  мкм и  $n_d = 10^5$  см<sup>-3</sup> при комнатной (а) и криогенной (б) температурах. Точки - расчетный, пунктир - аппроксимированный дебаевский потенциал.

1 -  $Q_{ion} = 1.5 \cdot 10^{12}$  см<sup>-3</sup>с<sup>-1</sup>; 2 -  $Q_{ion} = 1.5 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>с<sup>-1</sup>; 3 -  $Q_{ion} = 1.5 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup>с<sup>-1</sup>;  
4 -  $Q_{ion} = 1.5 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>с<sup>-1</sup>; 5 -  $Q_{ion} = 1.5 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>с<sup>-1</sup>; 6 -  $Q_{ion} = 7.5 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>с<sup>-1</sup>;

В табл.3,4 приведены параметры аппроксимации потенциала дебаевским в пылевой плазме азота при комнатной и криогенной температурах, концентрации газа  $N = 2.5 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup>, радиусе пылевых частиц  $r_0 = 12$  мкм и их концентрации  $n_d = 10^5$  см<sup>-3</sup>. Табл. 3,4 показывают, что при малых скоростях ионизации газа аппроксимированный радиус экранирования  $R_{D,a}$  практически совпадает с электронным дебаевским радиусом, а с увеличением скорости ионизации при комнатной температуре появляется растущее расхождение между ними, причем  $R_{D,a} > R_{D,e}$ .

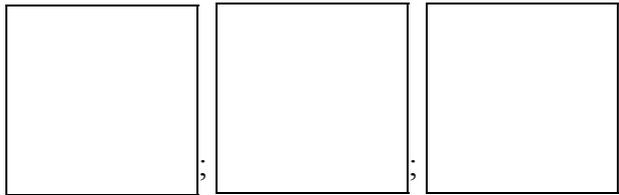
**Таблица 3.**

**ПАРАМЕТРЫ АППРОКСИМАЦИИ ПОТЕНЦИАЛА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СКОРОСТЯХ  
ИОНИЗАЦИИ ГАЗА В ГЕТЕРОГЕННОЙ ПЛАЗМЕ АЗОТА ПРИ КОМНАТНОЙ  
ТЕМПЕРАТУРЕ.**

$$T = T_i = T_e = 300 \text{ К}, N = 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}, r_0 = 12 \text{ мкм}, n_d = 10^5 \text{ см}^{-3}.$$

$Q_{ion}, \text{ см}^{-3}\text{с}^{-1}$	$1.5 \cdot 10^{12}$	$1.5 \cdot 10^{13}$	$1.5 \cdot 10^{14}$	$1.5 \cdot 10^{15}$	$1.5 \cdot 10^{16}$	$1.5 \cdot 10^{17}$	$7.5 \cdot 10^{17}$
$R_D, \text{ мкм}$	28.728	14.976	8.264	4.639	2.609	1.467	0.981
$R_{D,e}, \text{ мкм}$	40.458	21.092	11.638	6.533	3.674	2.066	1.382
$R_{D,a}, \text{ мкм}$	40.247	29.942	19.701	12.247	7.570	4.814	3.705
$q_{cal}$	-3351.927	-4328.708	-5961.526	-9220.038	-15495.92	-25351.38	-34088.65
$q$	-4432.554	-5981.463	-9437.905	-19788.97	-56167.31	-172939.3	-308065.8
$q_2$	-4600.606	-6375.184	-10785.03	-26627.10	-106031.7	-598937.3	-1853496.
$R_{D,a s}, \text{ мкм}$	61.504	43.465	28.709	18.891	12.437	7.66	5.147
$q_s$	-3404.71	-4439.58	-6251.96	-10087	-18267.1	-34466.4	-54224.1

Примечания.



1. ; ; ;
2.  $R_{D,a}, q$  - радиус экранирования и заряд пылевой частицы, полученные в результате аппроксимации потенциала на средних и больших расстояниях;
3.  $q_{cal}$  - полученный в численном расчете заряд пылевой частицы;
4.  $q_2$  - эффективный заряд пылевой частицы (см. выражение (12));
5.  $R_{D,a s}, q_s$  - радиус экранирования и заряд пылевой частицы, полученные в результате аппроксимации потенциала на малых расстояниях  $r \leq 20$  мкм.

**Таблица 4.**

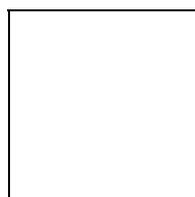
**ПАРАМЕТРЫ АППРОКСИМАЦИИ ПОТЕНЦИАЛА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СКОРОСТЯХ  
ИОНИЗАЦИИ ГАЗА В ГЕТЕРОГЕННОЙ ПЛАЗМЕ АЗОТА КРИОГЕННОЙ  
ТЕМПЕРАТУРЕ.**

$$T = T_i = T_e = 77 \text{ К}, N = 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}, r_0 = 12 \text{ мкм}, n_d = 10^5 \text{ см}^{-3}.$$

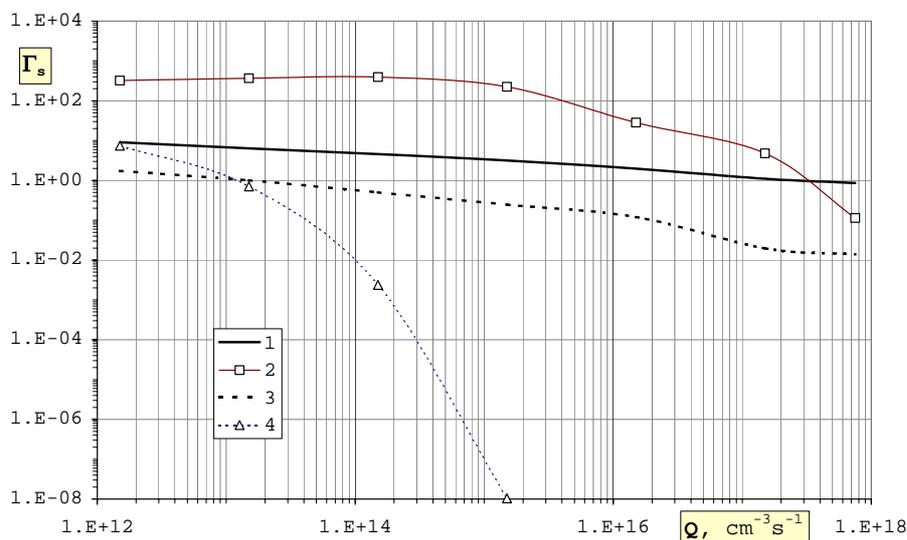
$Q_{ion}, \text{ см}^{-3}\text{с}^{-1}$	$1.5 \cdot 10^{12}$	$1.5 \cdot 10^{13}$	$1.5 \cdot 10^{14}$	$1.5 \cdot 10^{15}$	$1.5 \cdot 10^{16}$	$1.5 \cdot 10^{17}$	$7.5 \cdot 10^{17}$
$R_D, \text{ мкм}$	15.525	8.563	4.805	2.702	1.519	0.854	0.571
$R_{D,e}, \text{ мкм}$	21.956	12.109	6.795	3.821	2.149	1.208	0.808
$R_{D,a}, \text{ мкм}$	17.813	12.011	7.249	4.34	2.579	1.614	1.028
$q_{cal}$	-3391.431	-6035.777	-11519.84	-20830.43	-33428.32	-49930.00	-64624.17
$q$	-31055.76	-153166.4	-2221586	$-4.585 \cdot 10^7$	$-5.163 \cdot 10^8$	$-4.926 \cdot 10^9$	$-6.44 \cdot 10^{11}$
$q_2$	-36394.98	-208078.8	-4379966	$-1.934 \cdot 10^8$	$-9.578 \cdot 10^9$	$-9.91 \cdot 10^{11}$	$-5.94 \cdot 10^{15}$
$R_{D,a s}, \text{ мкм}$	59.147	45.855	36.075	27.603	19.591	15.894	11.939

$q_s$	-3431.37	-6144.80	-11829.57	-21686.37	-35735.77	-49958.70	-64659.30
-------	----------	----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Сравнение представленных в табл. 3,4 значений заряда, полученных в результате расчета и в результате аппроксимации по потенциалу на средних и больших расстояниях, показывает, что как  $q > q_{cal}$ , так и  $q_2 > q_{cal}$ . Такое значение эффективного заряда пылевой частицы нельзя объяснить ионной "шубой" вокруг неё (так как в этом случае эффективный заряд был бы меньше реального). Аппроксимация потенциала по данным на малых расстояниях ( $r=12\div 20$  мкм) показала, что в этом случае (см. табл. 3,4) аппроксимированный заряд  $q_s$  почти совпадает с расчетным, особенно при малых скоростях ионизации, а дебаевский радиус оказывается заметно больше, чем при аппроксимации по средним точкам.



(a)



(б)

Рис.14. Зависимости параметра неидеальности от скорости ионизации газа в гетерогенной плазме азота при комнатной (а) и криогенной температурах (б) при  $r_0 = 12$  мкм,  $n_d = 10^5$  см<sup>-3</sup>. Кривые 1,2 - расчет по параметрам аппроксимации на малых расстояниях и 3,4 - на больших расстояниях. 1,3 - критические значения  $\Gamma_{sc}$ ; 2, 4 - расчетные значения  $\Gamma_s$ .

Рис. 14а, на которой приведены зависимости параметра неидеальности при комнатной температуре от скорости ионизации газа в гетерогенной плазме азота, показывает, что аппроксимации потенциала как по расчетным данным на малых расстояниях, так и по данным на больших расстояниях, приводят примерно к одинаковому поведению параметра неидеальности при изменении скорости ионизации газа. А при  $T = 77$  К из рис.14б видно, что использование для расчета  $\Gamma_s$  параметров аппроксимации на малых расстояниях приводит к резко отличным результатам, чем при использовании параметров аппроксимации на больших расстояниях. Это обусловлено более сложным поведением потенциала при криогенной температуре (см. рис.13). Из рис.14б видно, что при  $T = 77$  К значения  $\Gamma_s$  по данным аппроксимации на малых расстояниях оказываются больше  $\Gamma_{sc}$  вплоть до  $Q_{ion} \sim 10^{17}$  см<sup>-3</sup>с<sup>-1</sup>, в отличие от  $T = 300$  К,

где  $\Gamma_s > \Gamma_{sc}$  только до  $Q_{ion} \approx 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$ . Поэтому можно сделать вывод, что при криогенной температуре область существования упорядоченных плазменно-пылевых структур при более высоких, чем  $10^5 \text{ см}^{-3}$  концентрациях пылевых частиц будет значительно шире, чем при комнатной. А по данным аппроксимации на средних и больших расстояниях условие кристаллизации  $\Gamma_s \geq \Gamma_{sc}$  оказывается выполненным в несколько более широкой области при комнатной температуре, чем при криогенной.

## 7. Исследование процессов в пучково-пылевой плазме гелия с учетом эффектов нелокальности.

Как отмечалось выше, при нарушении условия (19) необходим учет нелокальности функции распределения электронов по энергии, особенно в случае, когда длина релаксации энергии электронов сравнима с характерным размером задачи. Выше было показано, что нелокальный метод моментов приводит к нелокальной модели зарядки, включающей систему уравнений (36) с граничными условиями (46) и (48). Данная модель является хорошим приближением реальной задачи в случае максвелловской ФРЭЭ и способна помочь в прояснении вопроса о степени влияния эффектов нелокальности ФРЭЭ на процесс зарядки пылевых частиц.

Нелокальная модель зарядки была разработана и применена для исследования плазмы гелия в присутствии пылевых частиц в [106]. Разностная схема для численного решения нелинейной краевой задачи построена следуя работе [69] на основе метода интегральных тождеств [96]. Использовалась сгущающаяся к пылевой частице неравномерная сетка. В отличие от [69], здесь уравнения на каждом шаге итерации решались последовательно: методом прогонки сначала уравнение баланса для электронов, затем уравнение баланса для ионов, интегрировалось уравнение Пуассона и, наконец, снова методом прогонки решалось линейризованное уравнение баланса энергии электронов. Итерации повторялись до получения решения с заданной точностью. Использовалась безусловно устойчивая схема Кранка-Николсона интегрирования во времени.

Коэффициенты переноса и скорость потерь энергии электронов были рассчитаны с сечениями из [67] как с максвелловской ФРЭЭ при изменении температуры электронов от  $10^2$  до  $10^5$  К, так и с ФРЭЭ, полученной при численном решении уравнения Больцмана, в широком диапазоне изменения приведенного поля  $E/N$  от 0.001 до  $6 \times 10^{-16} \text{ В} \cdot \text{см}^2$ . Коэффициенты, полученные на основе решения уравнения Больцмана, в области преобладания упругих потерь ( $E/N \leq 3 \text{ Тд}$ ,  $T_e \leq 1.1 \text{ эВ}$ ) хорошо аппроксимировались следующими зависимостями:

$$T_e = \frac{2}{3} \langle \varepsilon_e \rangle \approx 0.025 + 0.352 E/N; D_T / k_e \approx 1.20 \cdot T_e^{1.03} \approx 1.158 \cdot T_e; \\ W_S \approx 5.943 \times 10^8 \cdot (1 - T/T_e) \cdot T_e^{1.604} \quad (103)$$

$$D_T \approx 1347 \cdot T_e^{0.444}; k_e \approx 1123 \cdot T_e^{-0.584}; G \approx 2341 \cdot T_e^{1.426}; \beta \approx 2639 \cdot T_e^{0.447}.$$

Здесь  $\langle \varepsilon_e \rangle$  и  $T_e$  в эВ,  $E/N$  в Тд,  $D_T$  в  $\text{см}^2/\text{с}$ ,  $k_e$  в  $\text{см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ ,  $G$  в  $\text{см}^2 \cdot \text{эВ}/\text{с}$ ,  $k_e$  в  $\text{см}^2 \cdot \text{эВ}/\text{В} \cdot \text{с}$ ,  $W_S$  в эВ/с. В той же области электронных температур использование максвелловской ФРЭЭ приводит к следующим зависимостям:

$$D_T \approx 1337.6 \times T_e^{0.453}; k_e = eD_T/T_e \approx 1337.6 \times T_e^{-0.547}; G \approx 2685.3 \times T_e^{1.46}; \\ \beta = eG/T_e \approx 2685.3 \times T_e^{0.46}; W_S \approx 6.108 \cdot 10^8 \times T_e^{1.542} (1 - T/T_e). \quad (104)$$

Сравнение коэффициентов (103) и (104) показывает, что они только незначительно отличаются друг от друга. В расчетах использовались максвелловские коэффициенты

переноса (104), которые практически совпадают с соотношениями (61), полученными для случая  $l_e = const$ .

Согласно [89], в гелии при атмосферном давлении для пучка электронов с энергией 120 кэВ скорость ионизации (в  $см^{-3} \cdot с^{-1}$ ) связана с плотностью тока пучка (в  $мкА/см^2$ ) соотношением:

$$Q_{ion} = 1.1 \times 10^{14} \cdot j_b.$$

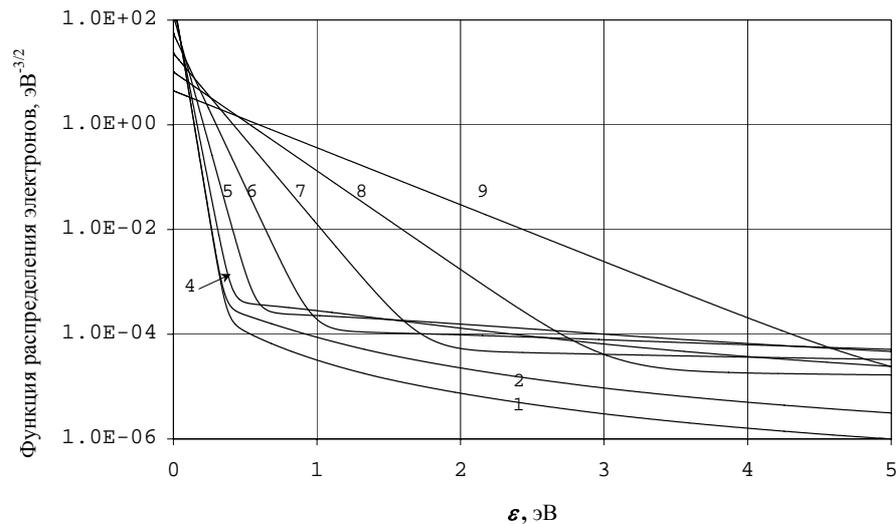
Как показал анализ процессов конверсии ионов, в гелии при давлении  $P = 1$  атм можно считать, что основным ионом плазмы является двухатомный ион  $He_2^+$ . Для коэффициента диссоциативной рекомбинации этих ионов использовалась зависимость [107]

$$\beta_{ei} = 0.9 \times 10^{-8} \cdot (T_e/300)^{-1.5} \text{ см}^3/\text{с},$$

а подвижность определялась по формуле Ланжевена [94]:  $k_i = 18.7 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ .

### 7.1. Функция распределения электронов в пучковой плазме

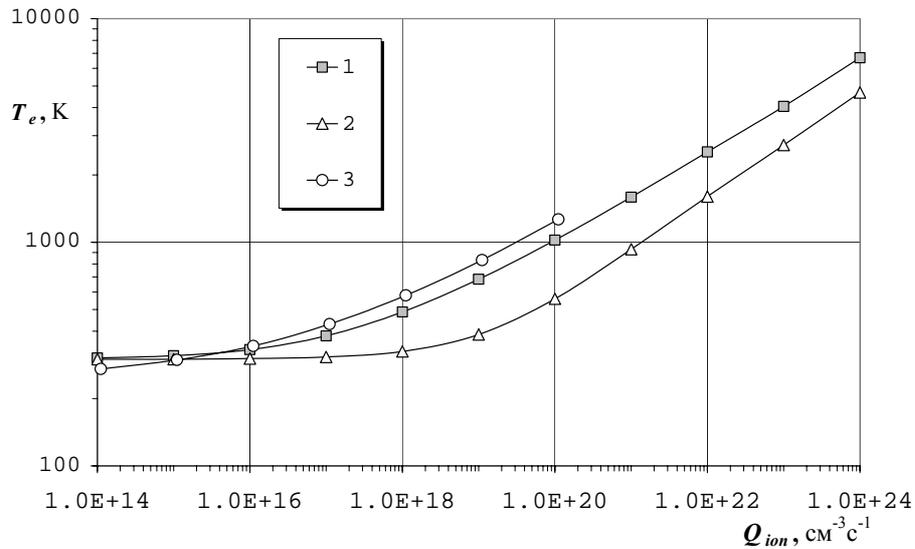
Заряд пылевых частиц, как показывают ПОО [1,60] [см. выражение (17)] и аналитическая теория зарядки при повышенных давлениях [4,9] [соотношения подобия (75) и формула (79)], практически линейно зависит от температуры электронов. В пучковой плазме в инертных газах может происходить отрыв температуры электронов от газовой, поэтому необходимо убедиться в том, что уравнение баланса энергии дает корректную температуру электронов вдали от пылевой частицы.



**Рис.15.** ФРЭЭ в пучковой плазме в He при  $p=1$  атм и при различных скоростях ионизации газа: 1-  $Q_{ion} = 10^{16}$ ; 2 -  $10^{17}$ ; ..., 9 -  $10^{24} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ .

Для этого численно решалось уравнение Больцмана для ФРЭЭ в такой плазме при атмосферном давлении с источником электронов, который имел равномерное распределение по энергии рождающихся электронов в диапазоне от нуля до потенциала ионизации атома гелия. Описание методики расчетов приведено в [108]. Расчеты показали, что низкоэнергетическая часть ФРЭЭ, где находится основная масса электронов, действительно является максвелловской функцией (см. рис.15). Поэтому можно сделать вывод, что нелокальный метод моментов должен быть хорошим приближением для описания процессов переноса в пучковой плазме в гелии. Температуры электронов были также определены из уравнения баланса энергии электронов при различных скоростях ионизации газа. При этом были получены величины, которые оказались, как видно из рис.16, незначительно выше, чем в расчетах ФРЭЭ. Это позволило

заключить, что температуру электронов в пучковой плазме вдали от пылевых частиц можно достаточно надежно определять из уравнения баланса энергии электронов.



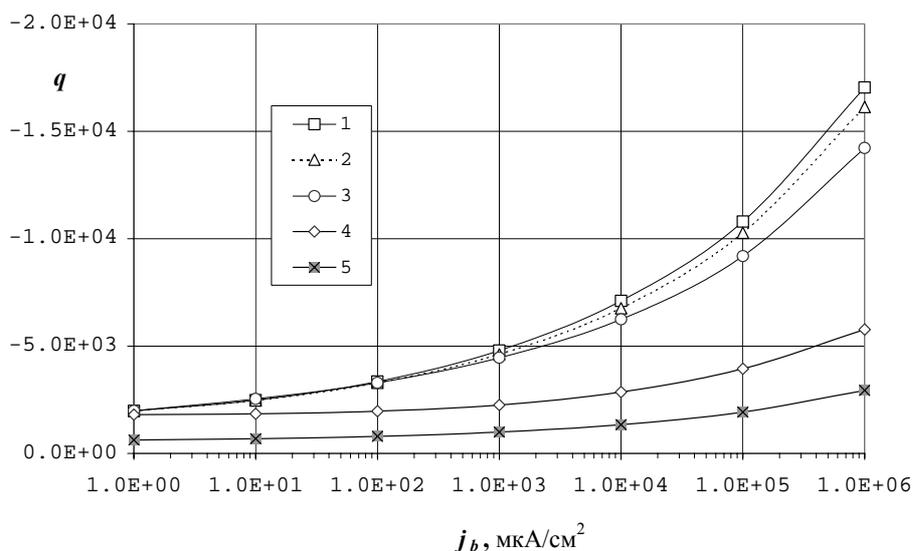
**Рис.16.** Температура электронов в гелии при атмосферном давлении в зависимости от скорости ионизации газа. 1 - расчет на основе уравнения баланса энергии; 2 - расчет на основе численного решения уравнения Больцмана для ФРЭЭ; 3 - температура электронов около пылевой частицы.

## 7.2. Обсуждение результатов моделирования процесса зарядки

В [72] отмечалось, что при моделировании радиального профиля плазмы в тлеющем разряде численная модель, построенная на основе нелокального метода моментов была чувствительной к параметрам разряда и не всегда сходилась. Проведенные в [106] исследования показали, что построенная на основе нелокальной модели зарядки численная модель в пучковой плазме гелия оказалась численно устойчивой и сходилась при всех исследованных параметрах пучковой плазмы гелия.

На рис. 17 приводятся результаты моделирования процесса зарядки уединенной пылевой частицы радиусом 10 мкм в He при атмосферном давлении и при разных  $j_b$  - плотностях тока пучка быстрых электронов с энергией 120 кэВ. Были проведены расчеты с коэффициентами ВЭЭ, равными 0.1 и 1. Рис. 17 показывает, что увеличение коэффициента ВЭЭ от 0.1 до 1.0 приводит к незначительному уменьшению заряда пылевых частиц. Это говорит о том, что процесс ВЭЭ оказывает слабое влияние на заряд пылевых частиц из стеклоглерода. Аналогичный вывод был сделан в работе [70] на основе аналитических оценок.

На рис. 17 также проводится сравнение с аналитической теорией зарядки пылевых частиц [8,9] и приближением ограниченных орбит (ПОО) [1,60]. Видно, что обе теории недооценивают заряд пылевых частиц. Результаты моделирования заряда пылевых частиц различного радиуса приведены на рис. 18, которые также показывают ограниченную применимость аналитической теории зарядки при повышенных давлениях в случае пучковой плазмы гелия. Согласно аналитической теории заряд уединенной пылевой частицы должен быть прямо пропорционален радиусу [8,9].

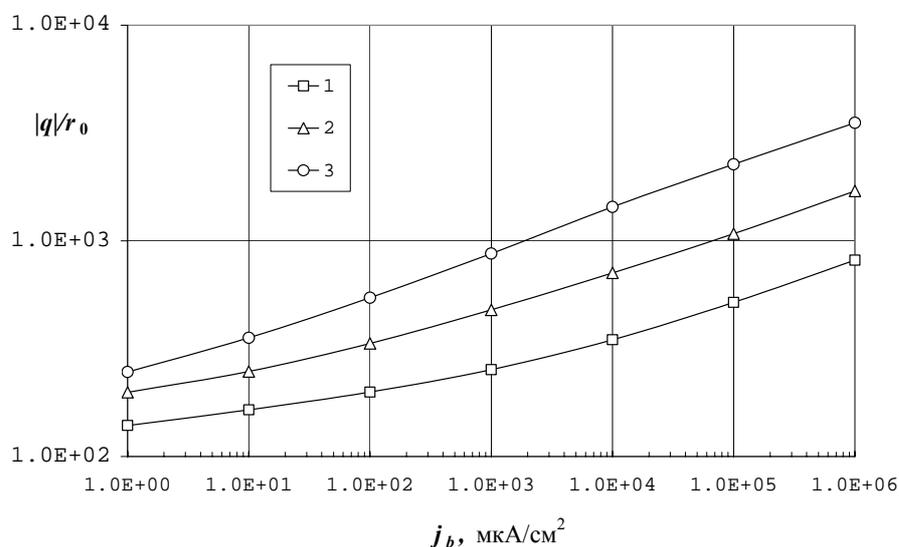


**Рис.17.** Зависимость заряда уединенной пылевой частицы радиусом 10 мкм в гелии при атмосферном давлении от плотности тока пучка быстрых электронов.  
 1 - расчет с коэффициентом ВЭЭ  $\theta=0.1$ , 2 -  $\theta=1$ ; 3 - расчет при  $\theta=0.1$  с условием  $T_e = \text{const}$ ; 4 - аналитическая теория, 5 - ПОО.

В ходе численных исследований пылевой плазмы в гелии на основе нелокальной модели в [106] было обнаружено несколько новых и интересных результатов, наиболее неожиданными из которых оказались следующие:

- слабая радиальная зависимость температуры электронов;
- близость расчетного потенциала пылевой частицы к потенциалу в ПОО;
- отсутствие слоя амбиполярной диффузии в некоторых случаях.

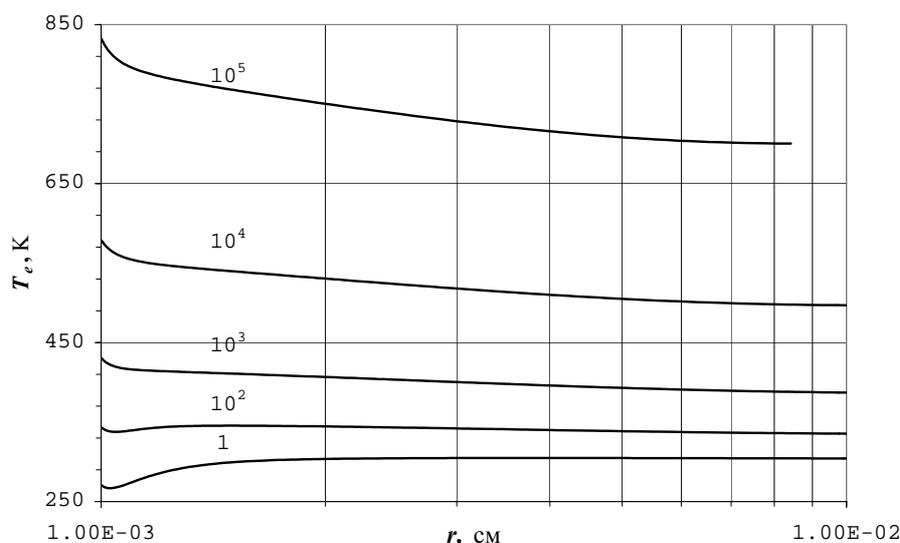
Прежде чем перейти к обсуждению этих результатов, сделаем следующие определения.



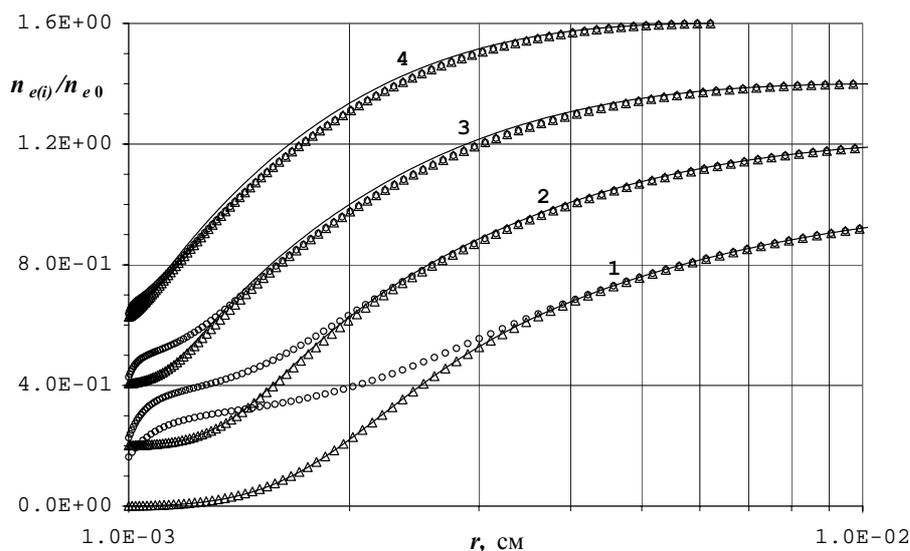
**Рис.18.** Зависимость приведенного заряда уединенных пылевых частиц разного радиуса в гелии при атмосферном давлении от плотности тока пучка быстрых электронов при  $\theta=0.1$ .  
 1 -  $r_0 = 5$  мкм; 2 - 10 мкм; 3 - 20 мкм.

Далее ионным слоем называется область пространственного заряда [49], а предслоем - область квазинейтральной плазмы, в которой осуществляется амбиполярный перенос заряженных частиц плазмы [109]. Предслой со стороны пылевой частицы переходит в ионный слой, а с противоположной - в невозмущенную плазму.

На рис. 19 приведены радиальные распределения температуры электронов около пылевой частицы радиусом 10 мкм в гелии при разных плотностях тока пучка быстрых электронов. Видно, что температура электронов слабо меняется по мере приближения к пылевой частице при всех исследованных скоростях ионизации газа. Этот результат является достаточно неожиданным, поскольку другие параметры плазмы (концентрации электронов и ионов, электрическое поле) вблизи частицы меняются значительно. Такая же слабая зависимость температуры электронов от радиальной координаты наблюдалась в тлеющем разряде (см. [71]), но ситуация там несколько иная, потому что в уравнении баланса энергии в тлеющем разряде все члены зависят от концентрации электронов или от ее производных. В нашем случае в уравнении баланса энергии электронов (33) есть постоянный член  $(\eta - I)Q_{ion}$  - нагрев пучком, а член столкновительных потерь энергии  $n_e W_s$  падает из-за уменьшения концентрации электронов (см. рис.20).

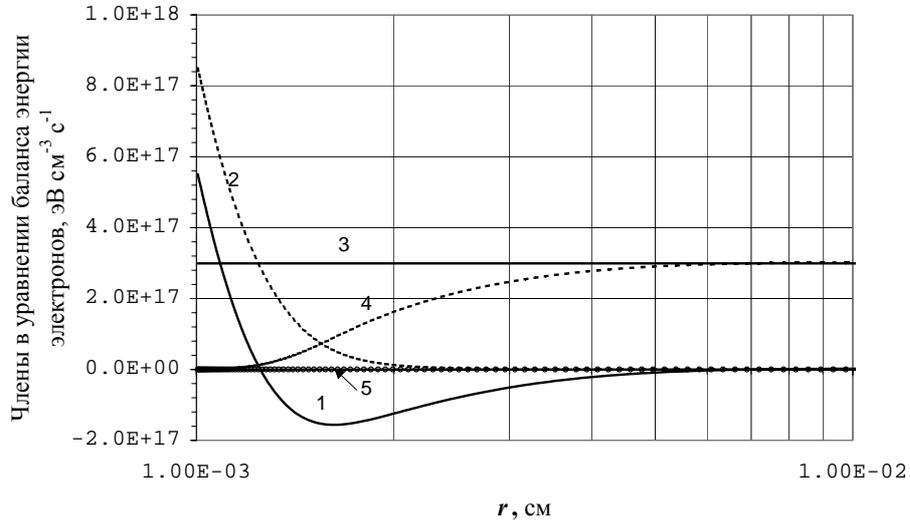


**Рис.19.** Установившиеся радиальные распределения температуры электронов около уединенной пылевой частицы радиусом 10 мкм. Числа около кривых - плотность тока пучка в мкА/см<sup>2</sup>.

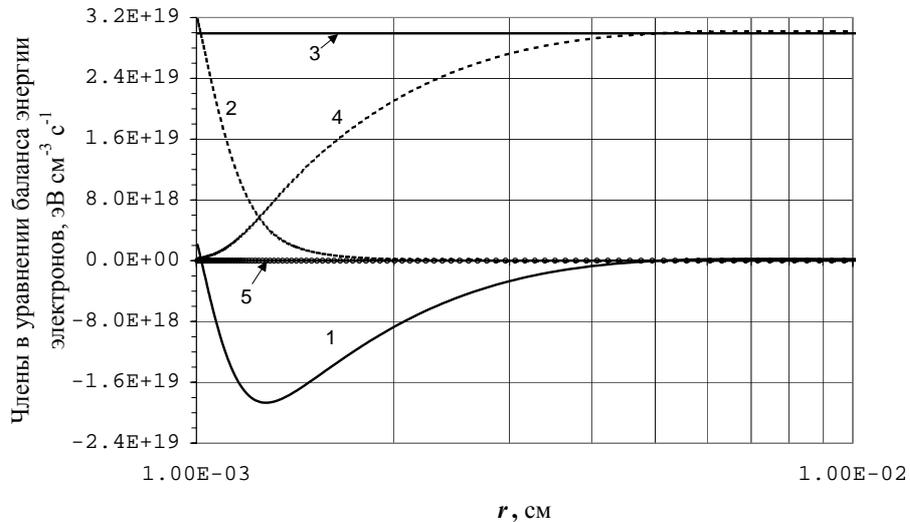


**Рис.20** Установившиеся радиальные распределения электронов ( $\Delta$ ) и ионов ( $o$ ), а также бoльцмановское распределение электронов (сплошные кривые). 1 -  $j_b = 1$  мкА/см<sup>2</sup>,  $n_{e0} = 1.03 \times 10^{11}$  см<sup>-3</sup>; 2 -  $10^2$  мкА/см<sup>2</sup>,  $n_{e0} = 1.12 \times 10^{12}$  см<sup>-3</sup>; 3 -  $10^4$  мкА/см<sup>2</sup>,  $n_{e0} = 1.61 \times 10^{13}$  см<sup>-3</sup>; 4 -  $10^6$  мкА/см<sup>2</sup>,  $n_{e0} = 2.81 \times 10^{14}$  см<sup>-3</sup>. Кривые для удобства представления сдвинуты друг относительно друга на 0.2.

Чтобы выяснить причину такого поведения  $T_e$ , рассмотрим вклад отдельных членов в уравнении (33), радиальное поведение которых показано на рис.21. Видно, что уменьшение столкновительных потерь по мере подхода к пылевой частице в предслое компенсируется дивергенцией теплового потока, а в ионном слое - охлаждением электронов во встречном электрическом поле, причем член  $\nabla h_e$  снова работает на уменьшение отклонения температуры от равновесной температуры электронов в невозмущенной плазме.



(a)



(б)

**Рис.21.** Установившиеся радиальные распределения отдельных членов в уравнении баланса энергии электронов. He,  $r_0 = 10$  мкм, (а) -  $n_d = 10^5$  см<sup>-3</sup>,  $j_b = 10^2$  мкА/см<sup>2</sup>; (б) -  $n_d = 2 \times 10^5$  см<sup>-3</sup>,  $j_b = 10^4$  мкА/см<sup>2</sup>.  
 1 -  $T_1 = -\text{div}(h_e)$ ; 2 -  $T_2 = -ej_e E$ ; 3 -  $T_3 = (\eta - I) \cdot Q_{ion}$ ; 4 -  $T_4 = n_e W_s$ ,  
 5 - баланс всех членов:  $T_5 = T_1 + T_2 + T_3 - T_4$ .

Рассмотрим более подробно дивергенцию теплового потока. Используя (40), в установившемся режиме после несложных преобразований получаем, что

$$\text{div} h_e = \frac{G}{D_T} \text{div} j_e + \chi_e \frac{j_e}{D_T} \frac{\partial T_e}{\partial r} - \text{div} \left( \chi_e n_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right). \quad (105)$$

Оценки показывают, что в стационаре отношение первого члена в (105) к скорости столкновительных потерь энергии оказывается порядка  $4T_e/(\eta - I)$ , поэтому в наших

условиях им можно пренебречь. А отношение второго члена к третьему по порядку величины равно отношению подвижностей ионов и электронов. Анализ результатов численных расчетов подтверждает это, поэтому вторым членом в (105) также можно пренебречь.

Пусть скачок температуры электронов на длине, равной радиусу пылевой частицы равен  $\Delta T_e$ . (Конечно, здесь в качестве характерного размера области изменения температуры электронов надо было бы взять размер ионного слоя, в идеальной плазме характеризующегося дебаевской длиной. Но в неидеальной плазме это не так и пока нет теории, которая позволила бы правильно оценить размер ионного слоя в этом случае.) Тогда в качестве оценки третьего члена в (105) имеем:

$$\operatorname{div} \left( k_{th,e} n_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \frac{\mathbf{r}}{r} \right) \sim k_{th,e} n_e \Delta T_e / r_0^2 .$$

Теперь определим значение скачка температуры, при котором этот член скомпенсирует нагрев пучком электронов в предслое:

$$\Delta T_e \sim \frac{Q_{ion} (\eta - I) r_0^2}{k_{th,e} n_e} \sim \frac{\tau_D}{\tau_r} I , \quad (106)$$

где  $\tau_D = r_0^2 / 2D_T$  - характерное время диффузии электрона на расстояние, равное радиусу пылевой частицы,  $\tau_r = 1 / \sqrt{\beta_{ei} Q_{ion}}$  - характерное время электрон-ионной рекомбинации. При  $j_b = 100$  мкА/см<sup>2</sup>,  $T_e = 0.025$  эВ,  $I \sim 25$  эВ,  $r_0 = 10$  мкм имеем:

$$\tau_D = 10^{-4} \text{ с}, \quad \tau_r = 2 \times 10^{-9} \text{ с}, \quad \Delta T_e \sim 5 \times 10^{-4} \text{ эВ} \approx 6 \text{ К}.$$

Последняя оценка показывает, что достаточно незначительного скачка температуры, чтобы скомпенсировать уменьшение столкновительных потерь при приближении к пылевой частице. Это является следствием того, что изменение концентрации электронов определяется амбиполярной диффузией, а температуры электронов - теплопроводностью электронов, коэффициент которой по порядку величины равен коэффициенту свободной диффузии, поэтому значительно выше амбиполярного. Поэтому характерный размер области изменения  $T_e$  оказывается значительно больше характерного размера области изменения  $n_e$ . Другими словами, высокая теплопроводность электронов успевает выравнять температуру электронов в ионном слое около пылевой частицы. Оценка (106) показывает, что в более тяжелых инертных газах изменение температуры электронов около пылевой частицы может оказаться более значительным, чем в гелии. Таким образом, при выполнении условия

$$\frac{\tau_D}{\tau_r} I \ll T_e \quad (107)$$

изменение температуры электронов в окрестности пылевой частицы будет незначительным. В этом случае при моделировании зарядки пылевых частиц можно считать, что транспортные коэффициенты электронов являются постоянными, как это и было сделано в [59]. (Отметим, что в случае, когда преобладающим механизмом нагрева электронов является нагрев внешним электрическим полем  $E_0$ , условие применимости локального метода моментов имеет вид:  $T_e \gg eE_0 r_0$ .)

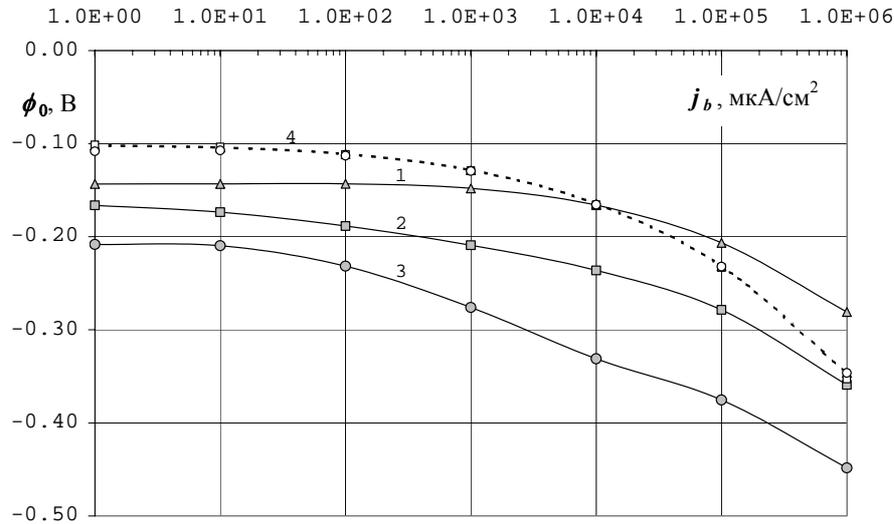
Как отмечалось выше, ПОО дает заниженное значение заряда пылевых частиц в пучковой плазме гелия (рис.17). Отметим, что в ПОО заряд определяется по потенциалу пылевой частицы в предположении вакуумной связи. На рис.22 приведены значения потенциала пылевой частицы, рассчитанные согласно ПОО и полученные в наших расчетах. Сравнение этих данных показывает их неожиданную близость. Это обусловлено, на наш взгляд, следующим обстоятельством.

Результаты численного моделирования показали, что распределения электронов около пылевой частицы практически описываются больцмановским распределением

(рис.20). В этом случае из эффективных граничных условий следует, что поток электронов на пылевую частицу в стационаре становится максвелловским:

$$J_{e|r=r_0} \approx 4\pi r_0^2 \cdot \frac{n_e v_{T,e}}{4} = \pi r_0^2 v_{T,e} n_{e,\infty} e^{e\phi/T_e}, \quad (108)$$

что совпадает с потоком электронов в ПОО [60]. Потенциал пылевой частицы зависит от потока ионов только логарифмически, поэтому потенциалы в наших расчетах и в ПОО оказываются сравнимыми, причем лучшее согласие наблюдается для меньшего радиуса пылевых частиц.



**Рис.22.** Потенциал на поверхности пылевой частицы в зависимости от плотности тока пучка при разных радиусах пылевых частиц (1 - 5 мкм, 2 - 10 мкм, 3 - 20 мкм) в сравнении с ПОО потенциалом (4).

Связь потенциала с зарядом дается граничным условием на пылевой частице, которое в сферически-симметричном случае имеет вид:

$$\phi|_{r=r_0} = \frac{eq}{r_0} + 4\pi e \int_{r_0}^{\infty} (n_i - n_e) r dr. \quad (109)$$

Полученное выражение показывает, что потенциал пылевой частицы по абсолютной величине будет меньше, чем было бы в случае вакуумной связи её заряда и потенциала. Если экранирование заряда пылевой частицы можно описать теорией Дебая - Гюккеля, то с учетом конечности радиуса, потенциал пылевой частицы описывается DLVO - потенциалом (10), из которого можно получить следующую связь заряда с потенциалом:

$$\phi|_{r=r_0} = \frac{eq}{r_0} \cdot \frac{1}{1 + r_0/R_d}. \quad (110)$$

Соотношение (110) показывает, что вакуумная связь заряда с потенциалом имеет место только в случае  $r_0 \ll R_d$ . В табл.5 проводится сравнение значений заряда пылевой частицы, полученных в результате численных расчетов и определенных по потенциалу в ПОО в предположении вакуумной связи потенциала с зарядом и из соотношения (110). Дебаевский радиус экранирования определялся по параметрам электронной компоненты вдали от пылевой частицы. Видно, что предположение о вакуумной связи приводит к заниженным, а DLVO-потенциал - к завышенным значениям заряда по сравнению с рассчитанными. Но в нашем случае потенциал не описывается линейной теорией Дебая-Гюккеля, поэтому связь заряда с потенциалом оказывается значительно сложнее. Вследствие этого необходимо знание распределения пространственного заряда для определения заряда даже при известном потенциале пылевой частицы.

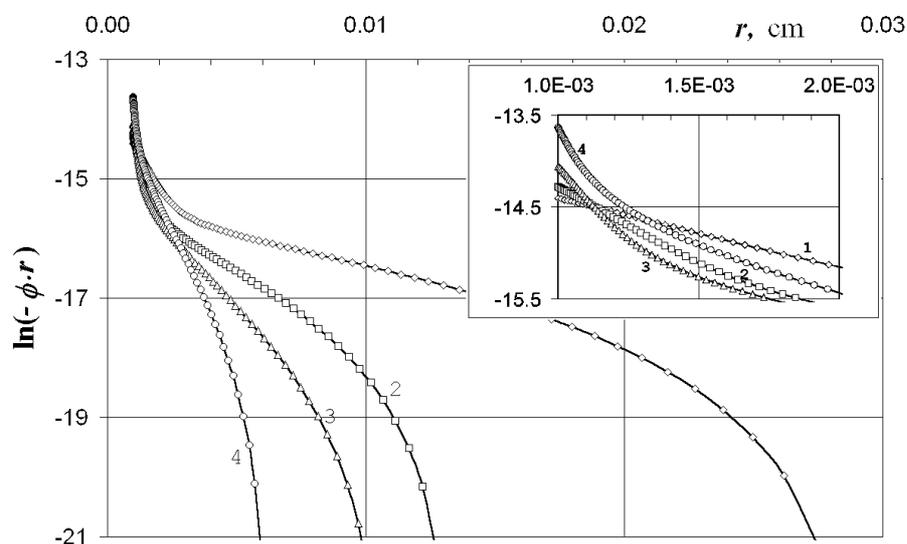
**Таблица 5.**

**ЗАРЯД ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ, РАССЧИТАННЫЙ НА ОСНОВЕ НЕЛОКАЛЬНОЙ  
МОДЕЛИ ЗАРЯДКИ И В ПРИБЛИЖЕНИИ ОГРАНИЧЕННЫХ ОРБИТ ПРИ РАЗНЫХ  
ПЛОТНОСТЯХ ТОКА ПУЧКА ЭЛЕКТРОНОВ**

$r_0 = 10$  мкм,  $q_V$  - в предположении вакуумной связи,  $q_D$  - согласно (110)].

$j_b$ , мкА/см <sup>2</sup>	1	10	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>	10 <sup>6</sup>
$\phi_{\text{ПОО}}$ , В	-0.101	-0.104	-0.112	-0.129	-0.166	-0.233	-0.353
$T_{e,0}$ , К	304	311	335	387	497	700	1060
$n_{e,0}$ , см <sup>-3</sup>	$1.03 \times 10^{11}$	$3.55 \times 10^{11}$	$1.12 \times 10^{12}$	$4.18 \times 10^{12}$	$1.61 \times 10^{13}$	$6.58 \times 10^{13}$	$2.81 \times 10^{14}$
$R_d$ , мкм	2.64	1.44	0.842	0.467	0.270	0.159	0.094
$q_{\text{calc}}$	$-1.98 \times 10^3$	$-2.48 \times 10^3$	$-3.35 \times 10^3$	$-4.79 \times 10^3$	$-7.10 \times 10^3$	$-1.08 \times 10^4$	$-1.70 \times 10^4$
$q_V$	$-7.03 \times 10^2$	$-7.19 \times 10^2$	$-7.75 \times 10^2$	$-8.95 \times 10^2$	$-1.15 \times 10^3$	$-1.62 \times 10^3$	$-2.45 \times 10^3$
$q_D$	$-3.37 \times 10^3$	$-5.72 \times 10^3$	$-9.98 \times 10^3$	$-2.00 \times 10^4$	$-4.37 \times 10^4$	$-1.04 \times 10^5$	$-2.63 \times 10^5$

Наблюдаемое согласие потенциалов пылевых частиц, полученных по гидродинамической модели и в ПОО показывает пути построения теории зарядки пылевых частиц для промежуточной области давлений, когда длины пробега электронов и ионов оказываются сравнимыми с характерным размером задачи. Для этого необходимо учесть инерцию, в первую очередь, ионов, что приведет к добавлению к рассмотренной здесь системе уравнений (36) уравнений для направленных скоростей заряженных частиц плазмы.



**Рис.23.** Установившиеся радиальные распределения потенциала уединенной пылевой частицы радиусом 10 мкм. 1 -  $j_b = 1$ , 2 -  $10^2$ , 3 -  $10^4$ , 4 -  $10^6$  мкА/см<sup>2</sup>.

Рис.20 показывает, как с ростом скорости ионизации, пропорциональной плотности тока пучка быстрых электронов, уменьшается размер ионного слоя. Это является следствием уменьшения дебаевской длины экранирования плазмы с ростом скорости ионизации, хотя, как видно из рис.23, потенциал пылевой частицы не описывается дебаевским потенциалом.

Из рис.20 видна другая интересная особенность пучковой плазмы гелия: область возмущения плазмы пылевой частицей простирается значительно дальше ионного слоя. Это обусловлено высокой подвижностью ионов гелия  $\text{He}_2^+$  и низкой скоростью их рекомбинации. Поэтому в гелии пылевые частицы уже при концентрации пылевых частиц на уровне  $10^3 \text{ см}^{-3}$  оказывают заметное влияние на среднюю концентрацию электронов в плазме, что приводит к уменьшению плотности тока несамостоятельного разряда в гелии. Это наблюдалось экспериментально [59]. Для сравнения укажем на рис.5 с радиальными распределениями электронов и ионов около пылевой частицы в ксеноне при атмосферном давлении [69].

Сравнение рисунков 5 и 20 показывает, что в гелии есть область вдали от пылевой частицы, в которой осуществляется режим амбиполярной диффузии заряженных частиц, т.е. формируется предслой, а в ксеноне предслой отсутствует. Для того чтобы понять такое сильно различное поведение радиальных распределений заряженных частиц в гелии и ксеноне, рассмотрим уравнения (24) и (27) в стационарном режиме в локальном приближении. В этом случае одно из уравнений непрерывности становится излишним - его можно заменить равенством:

$$J_{e,r} = J_{i,r}. \quad (111)$$

Подставив выражения для потоков (25), (28) в (111), пренебрегая диффузией ионов, найдем поле:

$$E = -\frac{1}{(k_e n_e + k_i n_i)} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (D_T n_e). \quad (112)$$

Используя (112) и уравнение Пуассона (29), преобразуем дивергентный член в уравнении непрерывности ионов (27):

$$-\frac{k_i}{(k_e n_e + k_i n_i)} \cdot \frac{\partial n_i}{\partial r} \cdot \frac{\partial (D_T n_e)}{\partial r} = Q_{ion} + v_{ion} n_e - \beta_{ei} n_e n_i - \beta_L n_i (n_i - n_e), \quad (113)$$

где  $\beta_L = 4\pi e k_i$  - ланжевеновский коэффициент рекомбинации. На основе (113) установим, будет максимум или нет в радиальном распределении плотности ионов. Предположим, что максимум есть. Тогда в точке максимума  $r_m$  должно выполняться условие:  $\partial n_i / \partial r|_{r=r_m} = 0$  и из (113) при  $v_{ion} = 0$  следует:

$$Q_{ion} - \beta_{ei} n_{e,m} n_{i,m} - \beta_L n_{i,m} (n_{i,m} - n_{e,m}) = 0, \quad (114)$$

где  $n_{e,m}$ ,  $n_{i,m}$  - концентрации электронов и ионов, соответственно, в точке  $r = r_m$ , причем из физических соображений ясно, что должны выполняться следующие условия:

$$n_{e,m} < n_{i,m} \text{ и } n_{i,m} > n_{i,0} = \sqrt{Q_{ion} / \beta_{ei}}.$$

Квадратное уравнение для определения  $n_{i,m}$  имеет единственное физическое решение:

$$n_{i,m} = \sqrt{\frac{\beta_{ei}}{\beta_L} n_{i,0}^2 + \left[ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\beta_{ei}}{\beta_L} \right) n_{e,m} \right]^2} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\beta_{ei}}{\beta_L} \right) n_{e,m}. \quad (115)$$

При равенстве  $\beta_{ei} = \beta_L$  из (115) следует, что

$$n_{i,m} = n_{i,0} = \sqrt{Q_{ion} / \beta_{ei}}.$$

В этом случае концентрация ионов в предслое сохраняется на уровне, задаваемом невозмущенной плазмой, и начнет падать только вблизи пылевой частицы, когда станут заметными диффузионные потери ионов. Если  $\beta_L > \beta_{ei}$ , то окажется, что  $n_{i,m} < n_{i,0}$ . Это говорит о том, что максимума плотности ионов в этом случае не может быть, что и наблюдалось в наших расчетах в гелии. При выполнении условия

$$\beta_{ei} > \beta_L \quad (116)$$

максимум будет иметь место. Отметим, что из (115) следует, что

$$\lim_{n_{e,m} \rightarrow n_{i,0}-0} n_{i,m} = n_{i,0} + 0.$$

В этом случае предслой или область амбиполярной диффузии около пылевой частицы не сформируется. В [69] расчеты для ксенона проведены с основным ионом  $\text{Xe}_2^+$  с коэффициентом электрон-ионной рекомбинации  $\beta_{ei} = 2.3 \times 10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}$  и подвижностью  $k_i = 0.55 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ . В этом случае  $\beta_L = 1.0 \times 10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}$  и условие (116) выполнено. Поэтому в ксеноне предслой отсутствует. Как видно из рис.6, в точке максимума  $n_{e,m} \ll n_{i,m}$ . Тогда из (115) получаем оценку:  $n_{i,m}/n_{i,0} \approx \sqrt{\beta_{e,i}/\beta_L} \approx 1.5$ , в расчетах получено несколько меньшее значение  $n_{i,m}/n_{i,0} \approx 1.34$ , что является следствием пренебрежения диффузией ионов, роль которой по мере приближения к пылевой частице возрастает. Отметим, что максимум в радиальном распределении плотности ионов наблюдался также в азоте [68].

### Закключение.

В результате исследований пылевой плазмы при повышенных давлениях мы можем сделать следующие выводы.

- 1) Коагуляция заряженных пылевых частиц идет заметно медленнее по сравнению со случаем незаряженных частиц, причем существует область параметров пылевой плазмы, где функция распределения частиц по размерам практически не меняется со временем.
- 2) Зарядка пылевых частиц в воздухе при не слишком малых скоростях ионизации осуществляется электронами, что приводит к аккумуляции на них значительного заряда.
- 3) Макрочастицы оказывают сильное влияние как на вольтамперные характеристики, так и на устойчивость горения несамостоятельного разряда, что обусловлено тем, что на макрочастицах собирается значительный заряд. Особенно сильно возмущается плазма в гелии вследствие высокой подвижности ионов, что приводит к падению средней концентрации электронов уже при концентрации пылевых частиц на уровне  $100 \div 1000 \text{ см}^{-3}$ .
- 4) Самосогласованный потенциал пылевой частицы с разумной точностью может быть аппроксимирован дебаевским потенциалом, причем радиус экранирования, полученный в результате аппроксимации, при малых скоростях ионизации практически совпадает с электронным дебаевским радиусом, а с ростом скорости ионизации становится заметно больше.
- 5) Радиальное распределение концентрации электронов очень часто оказывается близким к бoльцмановскому, а распределение Больцмана для ионов не может использоваться даже в качестве грубого приближения.
- 6) Существует область параметров гетерогенной плазмы в азоте, создаваемой внешним источником ионизации, где ожидается переход ансамбля пылевых частиц в кристаллическую фазу, причем нельзя сделать однозначный вывод, что снижение температуры газа приводит к расширению области существования кулоновского кристалла.
- 7) При описании процесса зарядки пылевых частиц в пучковой плазме при выполнении условия (107) можно использовать транспортные коэффициенты, определенные по параметрам невозмущенной плазмы.

Было также установлено, что процесс вторичной электронной эмиссии слабо влияет на величину заряда пылевых частиц и что потенциал пылевой частицы в гелии в пучковой плазме, рассчитанный в диффузионно-дрейфовом приближении, близок к потенциалу, даваемому приближением ограниченных орбит. Показано, что предслой

квазинейтральной плазмы около возмущающего плазму тела может отсутствовать и определены условия в пучковой плазме, когда это имеет место. Обнаруженные явления представляют интерес как для теории пылевой плазмы, так и теории зондов.

В настоящей работе, в основном, нашли отражение результаты исследований пылевой плазмы, контролируемой пучком быстрых электронов. При этом остались не затронутыми ряд интересных явлений, таких, например, как образование вихревых структур, наблюдаемых в ядерно-возбуждаемой плазме [110]. Но даже круг рассмотренных вопросов показывает богатство содержания физики пылевой плазмы при повышенных давлениях и далекую от законченности картину исследований данного раздела физики плазмы. Наиболее актуальным и важным, не только для физики пылевой плазмы при повышенных давлениях, для будущих исследований является вопрос о потенциале взаимодействия пылевых частиц, который включает также вопрос о характере и типе экранирования поля пылевой частицы. Также актуально построение теории зарядки пылевых частиц при промежуточных давлениях, на стыке областей применимости гидродинамического приближения и приближения ограниченных орбит. Активно развиваемые в последние годы в этом направлении методы молекулярной динамики при моделировании реальных задач встретились с непреодолимыми (можно надеяться, временными) трудностями, обусловленными с необходимостью слежения за поведением огромного количества частиц плазмы. По этой причине приходится идти на значительное упрощение задачи, а зачастую и к выбору удобных для моделирования исходных данных, имеющих мало общего с реальными задачами, что приводит к потере значимости полученных результатов. Поэтому, на наш взгляд, надо развивать и традиционные методы решения такого рода задач, которые, например, широко использовались в теории зондов. Можно ожидать, что в ближайшие годы указанные выше задачи будут успешно решены и на свет появятся новые, не менее интересные задачи.

## Литература.

1. Цытович В.Н.// УФН, 1997, т.167, №1, с.57-99.
2. Нефедов А.П., Петров О.Ф., Фортон В.Е.// УФН, 1997, т.167, №11, с.1215-1226.
3. Смирнов Б.М. Аэрозоли в газе и плазме. М.: ИВТАН, 1990.
4. Смирнов Б.М.// УФН, 2000, т.170, №5, с.495-534.
5. Hollenstein Ch. //Plasma Phys. Control. Fusion, 2000, v.42(10), pp.R93–R104.
6. Shukla P.M. // Physics of Plasmas, 2001, v.8(5), pp.1791-1803.
7. Piel A., Melzer A. // Plasma Phys. Control. Fusion, 2002, v.44(1), pp.R1-R26.
8. Баранов В.Ю., Белов И.А., Демьянов А.В. и др. Препринт ИАЭ-6105/6, М., 1998, 39с.
9. Баранов В.Ю., Белов И.А., Демьянов А.В. и др.// В сб. "Изотопы"/Под ред. В.Ю. Баранова. М.: ИздАТ, 2000, с.626-641.
10. Hansen J.P.// Phys. Rev. A, 1973, v.8, No.6, pp.3096-3109.
11. Hansen J.P.// Phys. Rev. A, 1973, v.8, No.6, pp.3110-3122.
12. Ichimaru S.// Rev. Mod. Phys., 1982, v.54, No.4, pp.1017-1059.
13. Ikezi H.// Phys. Fluids. 1986, v.29, No.6, pp.1764-1766.
14. Robbins M.O., Kremer K., Grest G.S.// J. Chem. Phys. 1988, v.88, No.5, pp.3286-3312.
15. Stevens M.J., Robbins M.O.// J. Chem. Phys. 1993, v.98, No.3, pp.2319-2324.
16. Meijer E.J., Frenkel D.// J. Chem. Phys. 1991, v.94, No.3, p.2269-2271.
17. Farouki R.T., Hamaguchi S.// Appl. Phys. Lett., 1992, v.61, No.25, pp.2973-2975.
18. Hamaguchi S., Farouki R.T., Dubin D.H.E.// Phys. Rev. E, 1997, v.56, No.4, p.4671-4682.
19. Vaulina O.S., Khrapak S.A.// ЖЭТФ, 2000, т.117, №2, с.326-328.
20. Паль А.Ф., Серов А.О., Сивохин Д.В., Старостин А.Н., Филиппов А.В.// Конференция ФНТП-2001, Петрозаводск, Россия, 25 июня - 1 июля 2001.
21. Melzer A., Trottenberg T., Piel A.// Phys. Lett. A, 1994, v.191, pp.301-308.

22. Melzer A., Homann A., Piel A.// Phys. Rev. E, 1996, v. 53, No. 3, pp.2757-2766
23. Thomas H., Morfill G.E., Demmel V., et al.// Phys. Rev. Lett., 1994, v.73, No.5, pp.652-655.
24. Thomas H.M., Morfill G.E.// Nature, 1996, v.379, pp.806-809.
25. Chu J.H., I L.// Phys. Rev. Lett., 1994, v. 72, No. 25, pp.4009-4012
26. Chu J.H., Du J.-B., I L.// J. Phys. D: Appl. Phys., 1994, v.27, pp.296-300.
27. Hayashii Y., Tachibana K.// Jpn. J. Appl. Phys., 1994, v.33, pt.2, No.6A, pp.L804-L806
28. Hayashii Y., Takahashi K.// Jpn. J. Appl. Phys., 1997, v.36, pt.1, No.7B, pp.4976-4979
29. A. Barkan, R.L. Merlino.// Phys. Plasmas, 1995, v.2, No.9, pp.3261-3265.
30. Фортов В.Е., Петров О.Ф., Нефедов А.П. и др.// Письма в ЖЭТФ, 1996, т.64(2), с.86-91.
31. Fortov V.E., Nefedov A.P., Torchinsky V.M. et al.// Physics Letters A, 1997, v.229, pp.317-322.
32. Fortov V.E., Nefedov A.P., Petrov O.F., et al.// Письма в ЖЭТФ, 1996, т. 63, №3, с.176-180.
33. Fortov V.E., Nefedov A.P., Petrov O.F., Samaritan A.A., Chernyshev A.V.// Physics Letters A, 1996, v.219, pp.89-94.
34. Фортов В.Е., Владимиров В.И., Депутатова Л.В. и др.// Доклады Академии Наук, 1999, т. 366, № 2, с.184-187.
35. Fortov V.E., Nefedov A.P., Vladimirov V.I., et al.// Physics Letters A, 1999, v.258, pp.305-311.
36. Герасимов Ю.В., Нефедов А.П., Синельщиков В.А., Фортов В.Е.// Письма в ЖТФ, 1998, 24, №19, с.62-68.
37. Зобнин А.В., Нефедов А.П., Синельщиков В.А. и др.// Физика плазмы, 2000, т.26, №5, с.445-454.
38. Fortov V.E., Nefedov A.P., Sinel'shchikov V.A., Usachev A.D., Zobnin A.V.// Phys. Lett. A, 2000, v.267, pp.179-183.
39. Daugherty J.E., Graves D.B.// J.Appl.Phys., 1995, v.78, No.4, p.2279-2287.
40. Peters S., Homann A., Melzer A., Piel A.// Phys. Lett. A, 1996, v.223, pp.389-393.
41. Homann A., Melzer A., Peters S., Piel A.// Phys. Rev. E, 1997, v. 56, No. 6, pp.7138-7141.
42. Homann A., Melzer A., Piel A.// Phys. Rev. E, 1999, v.59, No.4, p.R3835-R3838.
43. Hazelton R.C., Yadlowsky E.J.// IEEE Transactions on Plasma Science, 1994, v.22, No.2, p.91-96.
44. Barkan A., D'Angelo N., Merlino R.L.// Phys. Rev. Lett. 1994, v.73, No.23, p.3093-3096.
45. Zuzic M., Thomas H.M., Mortill G.E.// J. Vac. Sci. Technol. A, 14(2), 1996, p.496-500.
46. Pieper J.B., Goree J.// Phys. Rev. Lett., 1996, v.77, No.15, pp.3137-3140.
47. Конопка У., Ратке Л., Томас М.// Phys. Rev. Lett., 1997, v. 79, No. 7, pp.1269-1272.
48. Козлов О.В. Электрический зонд в плазме. М.: Атомиздат, 1969, 292 с.
49. Чан П., Тэлбот Л., Турян К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. М.: Мир, 1978, 202 с.
50. Алексеев Б.В., Котельников В.А. Зондовый метод диагностики плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1988, 240 с.
51. Fortov V.E., Iakubov I.T. Physics on nonideal plasma, Hemisphere, New York, 1990.
52. Конопка У., Морфилл Г.Е., Ратке Л.// Phys. Rev. Lett., 2000, v.84, No.5, pp.891-894.
53. Bystrenko O., Zagorodny A.// Phys. Lett. A, 1999, v.255, pp.325.
54. Bystrenko O., Zagorodny A.// Phys. Lett. A, 1999, v.262, pp.72.
55. Lapenta G.// Phys. Plasmas, 1999, v.6, No.5, pp.1442.
56. Lapenta G.// Phys. Rev. E, 2000, v.62, No.1, pp.1175.
57. Daugherty J.E., Porteous R.K., Kilgore M.D., Graves D.B.// J. Appl. Phys., 1992, v.72, No.9, pp.3934-3942.
58. Липаев А.М., Молотков В.И., Нефедов А.П. и др.// ЖЭТФ, 1997, т. 112, № 6(12), с. 2030-2044.

59. Иванов В.В., Паль А.Ф., Рахимова Т.В., Серов А.О., Суетин Н.В.// ЖЭТФ, 1999, т.115, №6, с.2020-2032.
60. M.S. Barnes, J.H. Keller, J.C. Forster, J.A. O'Neill, D. K. Coultas// Phys. Rev. Lett. 1992, v.68(3), pp.313-316.
61. Matsoukas T., Russel M.// J. Appl. Phys., 1995, v.77, No.9, pp.4285-4292.
62. Цендин Л.Д.// ЖЭТФ, 1974, т.66, №5, с.1638 – 1650.
63. Александров Н.Л., Напартович А.П., Старостин А.Н.// Физика плазмы, 1980, т.6, №5, с.1123–1132.
64. Александров Н.Л., Кончаков А.М., Напартович А.П., Старостин А.П.// В сб. “Химия плазмы”/ Под ред. Б.М. Смирнова. 1984, вып.11, с.3.
65. Голубовский Ю.Б., Захаров В.М., Пасункин В.Н., Цендин Л.Д.// Физика плазмы, 1981, т.7, №3, с.620 – 628.
66. Горбунов Н.А., Колоколов Н.Б., Кудрявцев А.А.// Физика плазмы, 1989, т.15, №12, с.1513 – 1520.
67. Хаксли Л., Кромптон Р. Диффузия и дрейф электронов в газах. М.: Мир, 1977.
68. Паль А.Ф., Серов А.О., Старостин А.Н., Филиппов А.В., Фортов В.Е.// ЖЭТФ, 2001, т.119, №2, с.272-285.
69. Паль А.Ф., Старостин А.Н., Филиппов А.В.// Физика плазмы, 2001, т.27, №2, с.155-164.
70. Паль А.Ф., Сивохин Д.В., Старостин А.Н., Филиппов А.В., Фортов В.Е.// Физика плазмы, 2002, т.28, №1, с.32-44.
71. Ingold J. H.// Phys. Rev. A, 1989, v.40(12), p.7158.
72. Ingold J. H.// Phys. Rev. E, 1997, v.56(5), p.5932.
73. Ingold J. H.// Phys. Rev. A, 1990, v.42(2), p.950.
74. Ingold J. H.// Phys. Rev. A, 1991, v.44(6), p.3822.
75. Kawamura E., Ingold J. H.// J. Phys. D: Appl. Phys., 2001, v.34, p.3150.
76. Недоспасов А.В.// УФН, 1968, т.94(3), с.439.
77. Haas R.A.// Phys. Rev A, 1973, v.8(2), p.1017.
78. Попов А.М., Рахимов А.Т., Рахимова Т.В.// Физика плазмы, 1993, т.19(10), с.1241.
79. Voeuf J.P., Pitchford L.C.// Phys. Rev. E, 1995, v.51(2), p.1376
80. Benilov M.S.// J. Phys. D: Appl. Phys., 2000, v.33, 1683.
81. Смирнов Б. М. Физика слабоионизованного газа. М.: Наука, 1978.
82. Бенилов М.С.// В сб. «Диагностика низкотемпературной плазмы»/ Под ред. Жукова М.Ф., Овсянникова А.А. Новосибирск, ВО «Наука», 1994, с.214-247.
83. Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. В 2-х томах. М.: Изд. ИЛ, т.1, 1958, 930 с.; т.2, 1960, 896 с.
84. Дэвисон Б. Теория переноса нейтронов. М.: Атомиздат, 1960, 520 с.
85. Марчук Г.И. Методы расчета ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1961, 670 с.
86. Чекмарев И.Б.// ЖТФ, 1980, т.50, №1, сс.48-53.
87. Hagelaar G.J.M., De Hoog F.J., Kroesen G.M.W.// Phys. Rev. E, 2000, v.62, No.1, p.1452.
88. Физические величины. Справочник. Под. ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991, с.582.
89. Cason C., Perkins J.E., Werkheizer A.H., Duderstadt J.// AIAA J., 1977, v.15, No.8, p.1079.
90. Bohringer H, Arnold F.// Int. J. Mass Spectr. Ion Phys., 1983, v.49, p.61.
91. Белов И.А., Иванов А.С., Иванов Д.А. и др.// ЖЭТФ, 2000, т.117, №1, с.105-114.
92. Белов И.А., Иванов А.С., Иванов Д.А., Паль А.Ф., Старостин А.Н., Филиппов А.В.// Письма в ЖТФ, 1999, том 25, № 15, с.89-95.
93. Filippov A.V., Ivanov A.S., Pal A.F., Starostin A.N.// Proc. of the 2<sup>nd</sup> Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics in Aerospace Applications", April 5-7, 2000, Moscow, IVTAN, pp.203-207.
94. Смирнов Б.М. Ионы и возбужденные атомы в плазме. М.: Атомиздат, 1974.

95. W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery. Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing. 2-nd Ed. Cambridge University Press, 1992.
96. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989, с.152.
97. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы, М.: Наука, 1989, 432 с.
98. Pack J.L., Voshall R.E., Phelps A.V., Kline L.E.// J. Appl. Phys., 1992, v.71, p.5363.
99. Смирнов Б.М. Комплексные ионы. М.: Наука, 1983.
100. Райст П. Аэрозоли. М.: Мир, 1987, с. 146.
101. Батыгин В.В., Топтыгин И.Н. Сборник задач по электродинамике, Наука, Москва (1970).
102. Акишев Ю.С., Напартович А.П.// Доклады АН СССР, 1978, т.242. №4, с. 812-815.
103. Белоцерковский О.М., Захаров И.Е., Нефедов А.П., Синкевич О.А., Филинов В.С., Фортов В.Е.// 1999, ЖЭТФ, т. 115, с.819.
104. Паль А.Ф., Филиппов А.В.// Препринт ТРИНИТИ №0019-А, ЦНИИАтомИнформ, (1995), 20 с.
105. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987, с.580.
106. Филиппов А.В., Дятко Н.А., Паль А.Ф., Старостин А.Н./ Самосогласованная модель зарядки пылевых частиц при повышенных давлениях на основе нелокального метода моментов// Физика плазмы (принята в печать).
107. Иванов В.А.// Успехи физических наук, 1992, т.162, №1, с.35-70.
108. Дятко Н.В., Кочетов И.В., Напартович А.П.// Физика плазмы, 1993, т.19(3), с.425.
109. А. Энгель. Ионизованные газы. М.: Гос. издат. физ.-мат. литературы, 1959, с.261. (A. von Engel. Ionized gases, Oxford, Clarendon Press, 1955).
110. Рыков В.А., Худяков А.В., Филинов В.С. и др.// Физика плазмы, 2002, т.28, №6, с.567-576.